BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

10. Februar 2015

Lösungschlüssel

Aufgaben 1-13

	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	B C D	A B E	B C D	1.	C D	A D E	B C	1.
2.	A B C D E	B C E	A B C D E	2.	B	B C D	A B C	2.
3.	D	A C E	D	3.	A B C D	A B D	A B C D E	3.
4.	A B C D E	D E	C D E	4.	B C	D	A C D	4.
5.	B C D	C	A B C D E	5.	B D	C D	B	5.
6.	A B C D	A D	A	6.	B	C	A	6.
7.	E	C	B	7.	C	B E	D	7.
8.	A B C D	B C D E	B D	8.	C D	A	A B C D	8.
9.	C	B C D E	C	9.	B D E	C	B C D E	9.
10.	A B C E	B D E	A B C D	10.	B	A B C D E	A B C	10.
11.	B C D	B C D	A C	11.	B C E	A C E	A B C D	11.
12.	B C D	B	B C D E	12.	A B C D E	C D E	C	12.
13.	B E	A C D	E	13.	D	D	C D E	13.
Max. Punkte	195 + 16	189 + 16	189 + 16		184 + 16	185 + 16	191 + 16	Max. Punkte

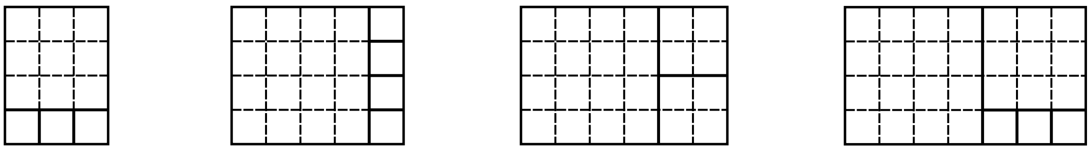
	Klasse 9	Klasse 10	Klasse 11	Klasse 12	
1.	C D	A C D E	B C D E	A B C E	1.
2.	C E	A B D	E	C	2.
3.	D	B D E	E	C	3.
4.	A B D	A D	C	C	4.
5.	C	B D	C	B	5.
6.	D	B C D	B D E	D	6.
7.	A C	D E	C	A B C	7.
8.	C D E	D E	A B C	B D	8.
9.	D E	C D E	A B C	A C	9.
10.	E	C D	C D	B E	10.
11.	A B C D E	A B D	C D E	A B C	11.
12.	A B C D	B C D E	C D	A B C D	12.
13.	C D	C E	D	A B C	13.
Max. Punkte	185 + 16	191 + 16	182 + 16	184 + 16	Max. Punkte

Lösungen

Aufgaben 14

Klasse 3

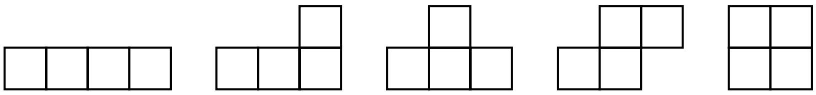
Bei allen 4 Figuren gibt es für eine richtige Zerlegung **jeweils 3 Punkte**, für die Anzahl der Quadrate jeweils **1 Punkt** ***(max. 16 Punkte)***. Mögliche Zerlegungen:



4 5 3 5

Klasse 4

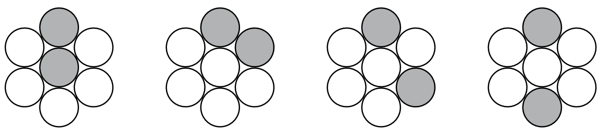
Es gibt die folgenden 5 (verschiedenen) Figuren:



Für die ersten vier gefundenen korrekten Figuren (egal welche vier) gibt es **jeweils 3 Punkte**. Für die fünfte Figur gibt es **4 Punkte** ***(max. 16 Punkte)***.

Klasse 5

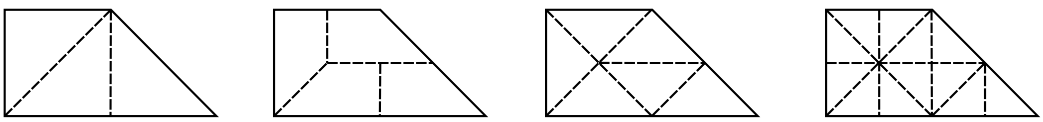
Es gibt diese 4 unterschiedlichen Lösungen:



Für jede korrekte Figur gibt es **jeweils 4 Punkte**. Bei jeder Wiederholung werden **2 Punkte** abgezogen ***(max. 16 Punkte)***.

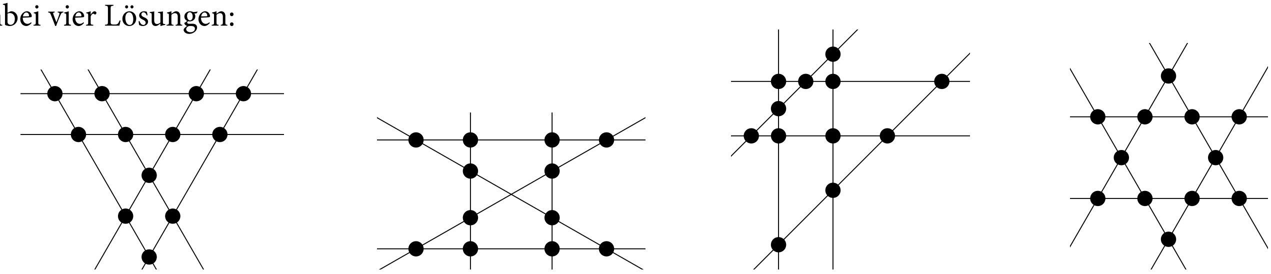
Klasse 6

Für alle vier Lösungen gibt es **jeweils 4 Punkte** ***(max. 16 Punkte)***. Mögliche Lösungen:



Klasse 7

Anbei vier Lösungen:



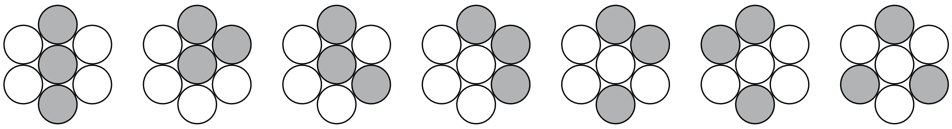
Für jede korrekte Lösung gibt es **jeweils 4 Punkte** ***(max. 16 Punkte)***.

Klasse 8

Bei den Mädchen ergibt eine Zunahme von 10% von 40% $0{,}4 \cdot 1{,}1 = 0{,}44$ (**4 Punkte**), d. h. 44% (**2 Punkte**). Bei den Jungs ergibt eine Abnahme von 5% von 60% $0{,}6 \cdot 0{,}95 = 0{,}57$ (**4 Punkte**), d. h. 57% (**2 Punkte**). Insgesamt gibt es eine Änderung von 100% (**1 Punkt**) auf 44% + 57% = 101% (**1 Punkt**), d. h. eine Zunahme von 1% (**2 Punkte**).
Jeder andere Gedankengang wird entsprechend angemessen bewertet ***(max. 16 Punkte)***. Wenn mit einem Zahlenbeispiel gearbeitet wird ohne zu begründen, warum dies ohne Beschränkung der Allgemeinheit erfolgt, können höchtens 12 Punkte vergeben werden.

Klasse 9

Es gibt diese 7 Lösungen:



Für die ersten fünf gefundenen Figuren (egal welche fünf) gibt es **jeweils 2 Punkte**. Für die letzten zwei Figuren gibt es **jeweils 3 Punkte** ***(max. 16 Punkte)***.

Klasse 10

Die nächste Zahl lautet 486 (**4 Punkte**). Regelmäßigkeiten: I. Die Differenzen sind 1, 1, 3, 3, 9, 9, 27, 27, … . Das Dreifache jeder Differenz ergibt die übernächste Differenz (**3 Punkte**). II. Nehmen wir abwechselnd das zweifache und das 1,5-fache der Zahlen resultiert die nächste Zahl (**3 Punkte**). III. Ab der dritten Zahl ist jede Zahl das Dreifache des Vorvorgängers (**3 Punkte**). IV. Abwechselnd ergibt die Summe der vorherigen zwei bzw. drei Zahlen die nächste Zahl (**3 Punkte**). Für jede andere korrekte Regel gibt es 3 Punkte. Es werden nicht mehr als 4 Regeln bewertet ***(max. 16 Punkte)***.
Anmerkung: Sollte jemand in sich schlüssige Regelmäßigkeiten finden, die als nächste Zahl nicht die 486 haben, so werden diese ähnlich bewertet ***(max. 16 Punkte)***.

Klasse 11

Es gibt 10 solche Gruppen: $\{1,2,3,4\}$, $\{1,2,4,5\}$, $\{1,2,5,6\}$, $\{1,2,6,7\}$, $\{2,3,4,5\}$, $\{2,3,5,6\}$, $\{2,3,6,7\}$, $\{3,4,5,6\}$, $\{3,4,6,7\}$, $\{4,5,6,7\}$. Für die ersten vier gefundenen Gruppen (egal welche vier) gibt es **jeweils 1 Punkt**, für alle anderen **jeweils 2 Punkte** ***(max. 16 Punkte)***.

Klasse 12

Aus einem Punkt A des Kreises konstruieren wir mit Zirkel und mit dem angegebenen Radius nach und nach die Punkte B, C, D (**2 Punkte**). AD ist Durchmesser (die vier Punkte sind Eckpunkte eines regelmäßigen Sechsecks). Das Dreieck ACD ist rechtwinklig bei C (**2 Punkte**) (Thaleskreis). Wenn R der Radius des Kreises ist, dann gilt (Pythagoras) $AC = R\sqrt{3}$ (**2 Punkte**). Die Kreise mit den Mittelpunkten A und D und Radius $R\sqrt{3}$ haben als einen Schnittpunkt E (**2 Punkte**). Das Dreieck AED ist gleichschenklig mit der Höhe $OE = R\sqrt{2}$ (**2 Punkte**) (Pythagoras). Dies ist damit die Seitenlänge des Quadrates (**2 Punkte**). Von A aus zeichnen wir einen Kreis mit dem Radius $\overline{OE}$ (**2 Punkte**). Die zwei Schnittpunkte mit dem Kreis sowie A und D sind die vier Eckpunkte eines gesuchten Quadrates (**2 Punkte**) ***(max. 16 Punkte)***.
Anmerkung: Für eine korrekte Konstruktionsbeschreibung gibt es auch ohne Figuren 16 Punkte. Für eine korrekte Figur ohne nachvollziehbaren Konstruktionstext gibt es 4 Punkte ***(max. 16 Punkte)***.