

## „Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2015

*Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.*

### Klasse 7

3. Wenn die Einserziffer einer ganzen Zahl das Zweifache ihrer Zehnerziffer ist, dann ist diese Zahl teilbar

(A) durch 1. (B) durch 2. (C) durch 3. (D) durch 4. (E) durch 6.

**Lösung:** Jede ganze Zahl ist teilbar durch 1, (A) stimmt. Da die Einserziffer das Zweifache der Zehnerziffer ist, ist die Einserziffer ein Vielfaches von 2. Dies bedeutet: Die Zahl selbst ist auch durch 2 teilbar, (B) stimmt. (D) stimmt auch. Begründung: Um die Bedingung zu erfüllen, können die letzten zwei Ziffern der Zahl nur 00, 12, 24, 36 oder 48 sein. All diese Zahlen sind durch 4 teilbar. Wenn aber die letzten zwei Ziffern durch 4 teilbar sind, dann ist die Zahl selbst auch durch 4 teilbar. (C) und (E) stimmen nicht. Um dies zu zeigen, betrachten wir z. B. die Zahl 112. Sie erfüllt die Bedingung ( $2 = 2 \cdot 1$ ), aber 112 ist weder durch 3 noch durch 6 teilbar.

(A) 87% (B) 88% (C) 46% (D) 65% (E) 49%

11. In Huffelwuff leben farbige Kraken, die 4, 5 oder 6 Arme haben. Die Fünfarmigen lügen immer, die anderen sagen stets die Wahrheit. Vier Kraken, ein Roter, ein Gelber, ein Grüner und ein Blauer trafen sich.

Der rote Krake sagte: „Zusammen haben wir 20 Arme“.

Der gelbe Krake erwiderte: „Zusammen haben wir 19 Arme“.

Der grüne Krake meinte: „Zusammen haben wir 18 Arme“.

Der blaue Krake schließlich sagte: „Zusammen haben wir 17 Arme“.

**Die Frage:** Wie viele Arme können die einzelnen Kraken haben?

(A) Roter: 5 (B) Gelber: 6 (C) Grüner: 5 (D) Blauer: 6 (E) Gelber: 4

**Lösung:** Es kann nicht mehr als ein Krake die Wahrheit gesagt haben. Begründung: Würden mindestens zwei die Wahrheit sagen, so würden sie auch gleiche Anzahlen von Armen nennen – in der Aufgabe sind jedoch alle Anzahlen unterschiedlich. Aus dieser Überlegung folgen zwei denkbare Möglichkeiten: 1. Genau ein Krake log nicht. *oder* 2. Alle Kraken logen. Wir untersuchen nun diese Fälle.

1. Fall. Angenommen, genau ein Krake log nicht. Dies bedeutet: Es gibt genau drei fünfarmige Kraken. Diese haben zusammen 15 Arme. Mit dem vierten Kraken haben alle zusammen 19 ( $15 + 4$ ) Arme. Begründung:  $21 = 15 + 6$  geht nicht, da 21 sich nicht unter aufgeführten Anzahlen befindet.

15 konnte nur folgendermaßen zu Stande kommen: Der gelbe Krake hatte 4 Arme, die anderen drei je 5 Arme, also A, C, E.

2. Fall. Angenommen, alle vier Kraken logen. Dann wären alle vier fünfarmig und hätten zusammen 20 Arme. Der rote Krake hätte dann aber die Wahrheit gesagt. Es kann also nicht sein, dass alle vier gelogen haben.

**(A) 66%**

**(B) 21%**

**(C) 65%**

**(D) 31%**

**(E) 71%**