„Blick ins Buch“
Bolyai Teamwettbewerb 2016

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Klasse 3

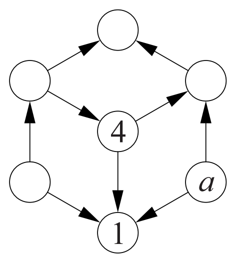
8. Eine Hasenmutter kaufte für ihre 7 kleinen Hasenkinder 7 unterschiedlich große Trommeln und 7 unterschiedlich lange Schlagstöcke. Bemerkt ein Hasenkind, dass sowohl seine Trommel als auch sein Schlagstock größer sind, als die von einem seiner Geschwister, fängt es an laut zu trommeln. Wie viele Hasenkinder können höchstens gleichzeitig trommeln?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Lösung: Im **Teil 1** zeigen wir, dass nicht alle 7 Hasenkinder gleichzeitig trommeln können. Tatsächlich, jenes Hasenkind, das den kürzesten Schlagstock hat, darf laut Aufgabentext nicht trommeln.
Im **Teil 2** zeigen wir, dass 6 Hasenkinder gleichzeitig trommeln können. Dies ist der Fall, wenn die Hasenmutter die Trommeln und die Schlagstöcke so verteilt hat, dass das Hasenkind mit der größten Trommel den größten Schlagstock bekam, das Hasenkind mit der zweitgrößten Trommel den zweitgrößten Schlagstock bekam bis hin zum siebten Hasenkind, das die kleinste Trommel und den kleinsten Schlagstock bekam.
Beachte: Die Frage lautet „Wie viele Hasenkinder können *höchstens* gleichzeitig trommeln?” Wegen „höchstens” sind 5, 4 und 3 keine Lösungen.

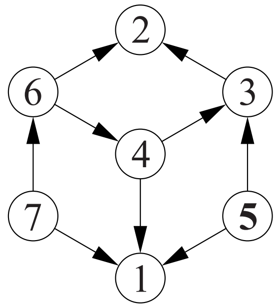
(A) 20% **(B)** 17% **(C)** 4% **(D) 50%** **(E)** 17%

9. Schreibt alle der Ziffern 2, 3, 5, 6, 7 so in die Kreise der Abbildung, dass die Pfeile immer auf die kleinere Zahl zeigen. Welche der untenstehenden Ziffern können an der Stelle a stehen?

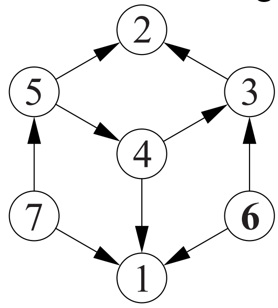


(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

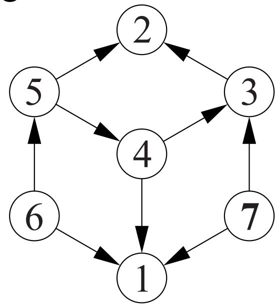
Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass an der Stelle a 5, 6 oder 7 stehen kann. Durch Probieren erhalten wir folgende Figuren:



$a = 5$

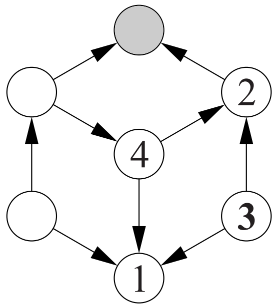


$a = 6$



$a = 7$

In **Teil 2** zeigen wir, dass an der Stelle von *a* die 2 <u>nicht</u> stehen kann. Tatsächlich, wenn $a = 2$ wäre, dann müsste oberhalb von 2 eine kleinere Zahl als 2 stehen. Diese Zahl kann nur die 1 sein. Das geht aber <u>nicht</u>, da die 1 bereits unten in der Mitte steht.



In **Teil 3** zeigen wir, dass an der Stelle von *a* die 3 <u>nicht</u> stehen kann. Tatsächlich, wenn $a = 3$ wäre, dann müsste oberhalb von 3 die Zahl 2 stehen (siehe Figur). In dem markierten Kreis ganz oben müsste dann die 1 stehen. Das geht aber <u>nicht</u>, da die 1 bereits unten in der Mitte steht.

(A) 26%   **(B)** 27%   **(C) 24%**   **(D) 26%**   **(E) 37%**

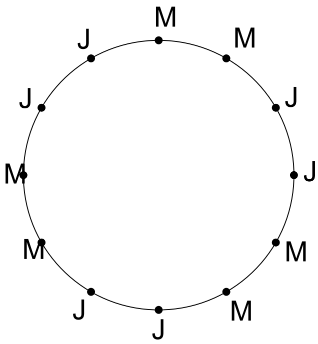
10. Wie viele Jungen und Mädchen können so um einen runden Tisch gesetzt werden, dass alle Kinder mindestens ein Mädchen als Nachbar haben?

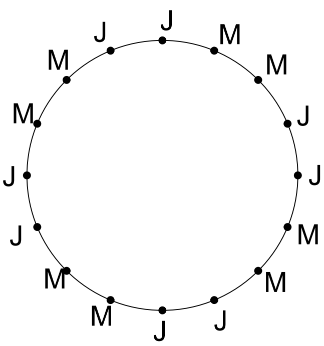
(A) *6 Jungen und 6 Mädchen*   **(B)** *8 Jungen und 8 Mädchen*

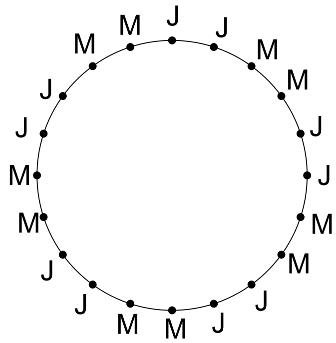
(C) *9 Jungen und 9 Mädchen*   **(D)** *10 Jungen und 10 Mädchen*

(E) *11 Jungen und 11 Mädchen*

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass (A), (B) und (D) Lösungen sind. Dazu haben wir jeweils eine passende Figur angefertigt, die die Bedingung der Aufgabe erfüllen.





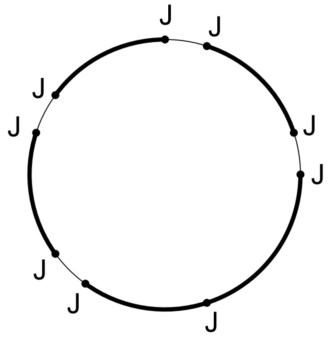


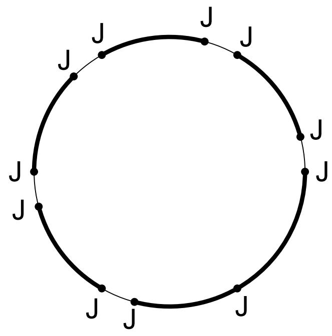
6 Jungen und 6 Mädchen   8 Jungen und 8 Mädchen   10 Jungen und 10 Mädchen

In **Teil 2** zeigen wir, dass (C) und (E) <u>keine</u> Lösungen sind.
Im *1. Schritt* kommen wir zu mehreren Feststellungen.
<u>1. Feststellung</u>: Es können nicht mehr als zwei Jungen nebeneinander sitzen. Begründung: Bei drei Jungen hätte der mittlere Junge kein Mädchen als Nachbar.
<u>2. Feststellung</u>: An keiner Stelle kann die Sitzreihenfolge Junge – Mädchen – Junge auftreten. Begründung: Das Mädchen hätte kein Mädchen als Nachbar.
Aus der 2. Feststellung folgt:
<u>3. Feststellung</u>: Zwischen zwei Jungen sitzt entweder kein Mädchen oder sitzen mindestens 2 Mädchen.
<u>Beachte</u>: Bei mehr als zwei Mädchen ist die Bedingung „alle Kinder haben mindestens ein Mädchen als Nachbar" ebenfalls erfüllt. Beispiel: JMMMMJ.
Im *2. Schritt* untersuchen wir den Fall von 9 Jungen und 9 Mädchen. Wenn so

oft wie möglich zwei Jungen nebeneinander sitzen, entstehen 5 „Lücken" (auf der Figur fett markiert). Laut der 3. Feststellung müssten in einer solchen Lücke mindestens 2 Mädchen sitzen, insgesamt also mindestens $5 \cdot 2 = 10$ Mädchen. Da es aber nur 9 Mädchen gibt, ist keine Lösung möglich.

Im *3. Schritt* untersuchen wir den Fall von 11 Jungen und 11 Mädchen. Wenn so oft wie möglich zwei Jungen nebeneinander sitzen, entstehen 6 „Lücken" (auf der Figur fett markiert). Laut der 3. Feststellung müssten in einer solchen Lücke mindestens 2 Mädchen sitzen, insgesamt also mindestens $6 \cdot 2 = 12$ Mädchen. Da es nur 11 Mädchen gibt, ist keine Lösung möglich.





9 Jungen und 9 Mädchen? 11 Jungen und 11 Mädchen?

(A) 72% **(B) 46%** **(C)** 30% **(D) 49%** **(E)** 27%