

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2017

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Klasse 8

2. Felix behauptete, er könne mit der Geschwindigkeit 50 m/Minute laufen. Leider brachte er einiges durcheinander. Felix ging irrtümlich davon aus, dass gilt: 1 m = 60 cm und 1 Minute = 100 Sekunden. Würde er seine Geschwindigkeit in cm/Sekunde angeben, beschreibe dieser Wert seine Geschwindigkeit korrekt. **Die Frage:** Was ist statt 50 m/Minute seine tatsächliche Geschwindigkeit in m/Minute?

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24 (E) 30

Lösung: In **Teil 1** korrigieren wir die Angabe 50 m/Minute Schritt für Schritt. Dabei denken wir so, wie es Felix tat. *1. Schritt:* Wegen des 1 m = 60 cm Irrtums muss es zunächst $50 \cdot 60 = 3000$ cm/Minute heißen. *2. Schritt:* Wegen des 1 Minute = 100 Sekunden Irrtums ergeben sich $3000 : 100 = 30$ cm/Sekunde.

Beachte: 30 cm/Sekunde gibt laut Aufgabentext seine Geschwindigkeit korrekt an.

In **Teil 2** formen wir die obige Angabe (mit richtiger Umrechnung) um.

$$30 \frac{\text{cm}}{\text{Sekunde}} = 30 \frac{\frac{1}{100} \text{m}}{\frac{1}{60} \text{Minute}} = 30 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{60}{1} \frac{\text{m}}{\text{Minute}} = \mathbf{18} \frac{\text{m}}{\text{Minute}}$$

In **Teil 3** führen wir eine Probe (mit richtiger Umrechnung) durch.

$$\mathbf{18} \frac{\text{m}}{\text{Minute}} = \frac{18 \cdot 100}{60} \frac{\text{cm}}{\text{Sekunde}} = 30 \frac{\text{cm}}{\text{Sekunde}}, \text{ es stimmt (siehe Teil 2).}$$

(A) 3% (B) **50%** (C) 5% (D) 6% (E) 34%

12. Unsere Aufgabe ist es, in mehreren Schritten von 1 bis 201 zu gelangen. Im ersten Schritt fangen wir mit der Zahl 1 an und addieren 1 dazu oder multiplizieren sie mit 3. Mit dem Ergebnis verfahren wir im nächsten Schritt genauso: Entweder addieren wir 1 dazu oder multiplizieren es mit 3. Wir setzen dieses Verfahren fort.

Die Frage: In wie vielen Schritten können wir das Ziel 201 erreichen?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Lösung: In **Teil 1** formulieren wir die Aufgabe durch „rückwärts Denken“ neu. Wir starten bei 201 und möchten bei 1 ankommen. Bei jedem Schritt können wir entweder 1 subtrahieren (statt addieren) oder durch 3 dividieren (statt multiplizieren).

Beachte: Die Zwischenergebnisse müssen stets ganze Zahlen sein. Durch 3 dürfen wir also nur solche Zahlen dividieren, die durch 3 teilbar sind.

In **Teil 2** zeigen wir, dass die Aufgabe in **8** Schritten lösbar ist. Zuerst arbeiten wir durch „rückwärts Denken“. Bei der nächsten Darstellung steht „→“ für „minus 1“ und „⇒“ für „geteilt durch 3“.

$$201 \Rightarrow 67 \rightarrow 66 \Rightarrow 22 \rightarrow 21 \Rightarrow 7 \rightarrow 6 \Rightarrow 2 \rightarrow 1 \quad (*)$$

Die ursprüngliche Aufgabe kann man daher in **8** Schritten lösen. Bei der nächsten Darstellung steht „→“ für „plus 1“ und „⇒“ für „mal 3“.

$$1 \rightarrow 2 \Rightarrow 6 \rightarrow 7 \Rightarrow 21 \rightarrow 22 \Rightarrow 66 \rightarrow 67 \Rightarrow 201$$

In **Teil 3** zeigen wir, dass die Aufgabe in **10** Schritten lösbar ist. Dazu reicht es, wenn wir die ersten Schritte der obigen Lösung ändern:

$$1 \Rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \Rightarrow 21 \rightarrow 22 \Rightarrow 66 \rightarrow 67 \Rightarrow 201$$

In **Teil 4** zeigen wir, dass die Aufgabe in **12** Schritten lösbar ist. Bei der nächsten Darstellung steht „→“ für „plus 1“ und „⇒“ für „mal 3“.

$$1 \Rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \Rightarrow 18 \rightarrow 19 \rightarrow 20 \rightarrow 21 \rightarrow 22 \Rightarrow 66 \rightarrow 67 \Rightarrow 201$$

Im **Teil 5** zeigen wir, dass die Aufgabe in *weniger* als 8 Schritten nicht lösbar ist. Wir argumentieren dabei durch „rückwärts Denken“:

1. Feststellung: Wenn wir durch 3 teilen, kommen wir schneller voran, als wenn wir 1 subtrahieren.

Dies bedeutet:

2. Feststellung: Am schnellsten erreichen wir das Ziel, wenn wir jede durch 3 teilbare Zahl auch durch 3 dividieren (statt 1 zu subtrahieren).

3. Feststellung: Bei der Lösung in **Teil 2** haben wir jede durch 3 teilbare Zahl tatsächlich durch 3 dividiert, siehe die Zeile (*).

Aus den 2. und 3. Feststellungen folgt, dass die Aufgabe in weniger als 8 Schritten nicht lösbar ist. Dies bedeutet: Mit 4 Schritten (A) oder 6 Schritten (B) ist die Aufgabe nicht lösbar.

Die Untersuchung ergab, dass von den aufgeführten Zahlen nur **8**, **10** und **12** Schritte zum Ziel führen.

- (A) 2% (B) 6% (C) 58% (D) 36% (E) 22%