11. Irgendwann kommt es zu einer Begegnung zwischen Menschen und Außerirdischen. Die Außerirdischen haben ebenfalls je zwei Füße mit je 5 Zehen, aber sowohl die Anzahl ihrer Hände als auch die Anzahl ihrer Finger an jeder Hand ist anders als bei den Menschen. Jeder Außerirdische hat die gleiche Anzahl Hände. An jeder Hand befindet sich dieselbe Anzahl Finger. Bei der Begegnung gab es 6 Außerirdische mehr als Menschen. Die Gesamtzahl der Finger und Zehen der Außerirdischen war um 1 weniger als die Gesamtzahl der Finger und Zehen der Menschen. **Die Frage**: Wie viele Teilnehmer kann diese Begegnung insgesamt gehabt haben?
<u>Bemerkung</u>: Alle Menschen, die an der Begegnung teilgenommen haben, hatten je zwei Hände mit je 5 Fingern und je zwei Füße mit je 5 Zehen.

(A) *9* **(B)** *weniger als 100* **(C)** *115* **(D)** *weniger als 250* **(E)** *mehr als 250*

12. Gesucht sind *alle* geordneten Zahlenpaare $(x;\, y)$, so dass gilt: I. x und y sind irrationale Zahlen *und* II. Die Terme $x+y^2$ und $x+2y$ stellen rationale Zahlen dar. **Die Frage**: Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

(A) *Es gibt nur ein solches Zahlenpaar (x; y).*

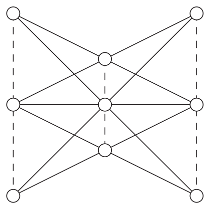
(B) *Es gibt mehr als ein solches Zahlenpaar (x; y).*

(C) *Es gibt kein solches Zahlenpaar (x; y).*

(D) *Es gibt weniger als 6 solche Zahlenpaare (x; y).*

(E) *Es gibt unendlich viele solche Zahlenpaare (x; y).*

13. Die nebenstehende Figur zeigt 9 Äpfel in 10 Reihen (in jeder Reihe befinden sich genau 3 Äpfel). Es ist bekannt:
I. Das Gesamtgewicht der Äpfel ist in neun Reihen gleich.
II. Das Gesamtgewicht der Äpfel ist in genau einer Reihe abweichend.
Man hat eine Waage zum Wiegen der Äpfel.



Die Frage: Durch wie viele Messungen kann man auf jeden Fall entscheiden, welche die Reihe mit dem abweichenden Gesamtgewicht ist?
<u>1. Bemerkung</u>: Die Frage bezieht sich auf die unten aufgeführten Zahlen.
<u>2. Bemerkung</u>: Die Waage liefert stets haargenaue Messergebnisse.
<u>3. Bemerkung</u>: Logisches Denken spielt bei der Lösung eine Schlüsselrolle.

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *3* **(D)** *5* **(E)** *9*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Das Dreieck ABC ist gleichseitig. Der Punkt D liegt auf der Strecke AB, der Punkt E auf der Strecke BC und der Punkt F auf der Strecke CA. Es gilt: $DE \parallel AC$ und $DF \parallel BC$. Der Schnittpunkt der Strecken AE und BF sei N. Ermittelt die Winkelweite des Winkels $\sphericalangle ANF$. Schreibt euren Gedankengang nachvollziehbar auf.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2019

1. RUNDE

KLASSE 9
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 9
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Attila Furdek, *Mathematiklehrer*

Lektor der Übersetzung:
Matthias Benkeser, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Rita Feser, *Mathematiklehrerin*

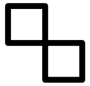
Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Csuka Róbert, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Bolyai Team® **Klasse 9 / Schulstufe 9** **15. Januar 2019**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Für ein 20-Eck gilt: I. Je zwei benachbarte Seiten stehen senkrecht zueinander. *und* II. Jede Seite ist 1 cm lang. **Die Frage**: Wie viele cm^2 kann der Flächeninhalt eines solchen 20-Ecks betragen?
Bemerkung: Das 20-Eck darf keine Teile der Form wie in der Figur beinhalten. Hier gibt es nämlich einen Punkt, der auf vier Seiten liegt. Jeder Eckpunkt muss aber gemeinsamer Punkt von *genau* 2 benachbarten Seiten sein.



(A) *7* **(B)** *9* **(C)** *11* **(D)** *13* **(E)** *15*

2. Wie viele reelle Zahlen gibt es insgesamt, für die gilt: I. Die Zahl geteilt durch 4 ergibt ein Viertel der Zahl *und* II. Die Zahl geteilt durch 3 ergibt ein Drittel der Zahl *und* III. Die Zahl geteilt durch $\frac{1}{2}$ ergibt die Hälfte der Zahl.

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *unendlich viele*

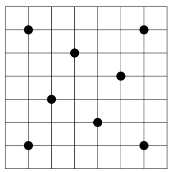
3. Die Winkelweiten der Innenwinkel eines *n*-Ecks sind (in Grad gemessen) $\alpha, 2\alpha, \ldots, n\alpha$ (die Winkelweiten nehmen also stets um α zu). Welchen Wert kann *n* annehmen?
Bemerkung: Alle Innenwinkel des *n*-Ecks sind kleiner als 180°.

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

4. Ein Test besteht aus 12 Fragen. Für eine Testgruppe gilt:
I. Genau zwei Drittel der Personen haben mindestens die Hälfte der Fragen richtig beantwortet. *und*
II. Genau die Hälfte der Personen haben mindestens zwei Drittel der Fragen richtig beantwortet.
Jede Person hat mindestens eine Frage richtig beantwortet und es gab insgesamt 100 richtige Antworten.
Die Frage: Wie viele Personen können in dieser Testgruppe gewesen sein?

(A) *6* **(B)** *12* **(C)** *18* **(D)** *24* **(E)** *30*

5. Die Figur zeigt einen Ausschnitt eines unendlichen Gitternetzes. Die Seitenlänge der kleinen Quadrate beträgt 10 cm. Jeder Sprung eines Grashüpfers ist eine gerade Strecke der Länge 50 cm. Er kann aus einem beliebigen Gitternetzpunkt starten und möchte alle 8 markierten Punkte passieren.



Die Frage: Nach wie vielen Sprüngen kann ihm dies gelingen?
Bemerkung: Der Startpunkt muss nicht im sichtbaren Bereich liegen.

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *11* **(D)** *13* **(E)** *14*

6. Max und Moritz möchten Falschgeld herstellen. Sie haben bereits 12 fertig bedruckte Scheine, denen nur noch eine sechsstellige Seriennummer fehlt. Jeder Schein hat hierzu 6 Felder, in die Ziffern eingetragen werden müssen. Sie gehen folgendermaßen vor: Moritz sagt eine Ziffer, entweder eine 1 oder eine 2 (nur diese). Max entscheidet dann, auf welchen Geldschein und in welches leere Feld er diese Ziffer einträgt (Moritz kann sehen, was Max tut). Dies setzen sie fort, bis alle Felder auf allen 12 Scheinen ausgefüllt sind. Wenn sie fertig sind, darf sich Moritz Scheine aussuchen. Aber nur solche Scheine, unter denen keine zwei die gleiche Seriennummer haben. Alle restlichen Scheine gehören Max. **Die Frage**: Was ist die größte Anzahl von Scheinen, die Moritz auf jeden Fall erhalten kann?
Bemerkung: Sowohl Max als auch Moritz tun ihr Bestes, um möglichst viele Scheine zu ergattern.

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *6* **(D)** *11* **(E)** *12*

7. In einem Raum sind 10 Personen. Jeder von ihnen ist entweder ein Ehrlicher (sie sagen stets die Wahrheit) oder ein Lügner (sie lügen stets). Jede Person trägt eine Mütze, die entweder weiß oder schwarz ist. Alle 10 Personen behaupten: „Von den 9 Mützen der anderen sind 3 schwarz und 6 weiß. “
Die Frage: Wie viele Lügner können sich insgesamt im Raum befinden?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *10*

8. Eva unterteilt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in zwei Gruppen, so dass das Produkt der Zahlen aus der ersten Gruppe und die Summe der Zahlen aus der zweiten Gruppe gleich sind. **Die Frage**: Aus insgesamt wie vielen Zahlen kann die erste Gruppe bestehen?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *Keine dieser Antworten.*

9. Eine vierstellige Zahl ist teilbar durch 8.Was kann die Quersumme dieser Zahl sein?
Bemerkung: Unter Quersumme einer Zahl versteht man die Summe all ihrer Ziffern.

(A) *29* **(B)** *30* **(C)** *33* **(D)** *34* **(E)** *35*

10. Es sei $A = \{1; 2; 3; \ldots; 2017; 2018; 2019\}$. Anna hat eine Teilmenge *B* von *A* ausgewählt, so dass gilt: Die Summe zweier beliebiger Zahlen aus *B* liegt nicht in *B*. **Die Frage**: Wie viele Elemente kann *B* haben?
1. Bemerkung: *A* beinhaltet alle 2019 natürlichen Zahlen von 1 bis 2019.
2. Bemerkung: Wir schildern den Begriff Teilmenge durch folgendes Beispiel: T = {2; 5} ist eine *Teilmenge* der Menge M = {1; 2; 3; 5; 7}, weil jedes Element von T in M liegt. Man schreibt: $T \subset M$.

(A) *673* **(B)** *1000* **(C)** *1010* **(D)** *1020* **(E)** *1346*

Achtung! Die Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.