12. Aus wie vielen gleichförmigen Quadern kann man im Weltall eine Wohnung so bauen, dass zwei beliebige Zimmer zueinander geöffnet sind? (Ein Quader entspricht einem Zimmer; zwei Quader müssen ein gemeinsames Flächenstück haben, eine gemeinsame Kante ist nicht ausreichend!)

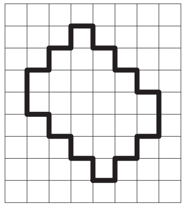
(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

13. In einer Gesellschaft gibt es 5 Mädchen und 5 Jungen. Kein Mädchen kennt die anderen Mädchen in dieser Gesellschaft, und keiner der Jungen kennt die anderen Jungen in dieser Gesellschaft. Weiter findet man keine zwei Mädchen mit zwei gemeinsamen Bekannten unter den Jungen.
Wie viele Bekanntschaften kann es in dieser Gesellschaft insgesamt geben? (Eine Bekanntschaft ist nie einseitig.) Beachte, dass nicht nur die größtmögliche Anzahl der Bekanntschaften anzukreuzen ist.

(A) *10* **(B)** *11* **(C)** *12* **(D)** *13* **(E)** *14*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Teilt die Figur in drei, vier, sechs und in acht Teile, welche die gleiche Form und Größe haben! Für alle Fälle zeichnet eine separate Lösung.



„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2020

1. RUNDE

KLASSE 8
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 8
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Csuka Róbert, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Welche Aussagen sind zutreffend?
Die Lösung der Gleichung $\left(1-\left(2-x\right):3\right)\cdot 4=5$ ist ...

(A) *kleiner als –1.* **(B)** *kleiner als 0.* **(C)** *größer als 0.*
(D) *größer als 2.* **(E)** *größer als 3.*

2. Es ist bekannt, dass Anna und Bea zusammen 82 kg wiegen, Bea und Carola zusammen 74 kg, Carola und Darina zusammen 75 kg, Darina und Eva zusammen 65 kg, und Eva und Anna zusammen 62 kg. Wie viel kann Bea oder Darina wiegen?

(A) *32* **(B)** *36* **(C)** *40* **(D)** *42* **(E)** *43*

3. Unter den vier Zahlen *a, b, c* und *d* ist *a* am größten. Weiter sind die folgenden acht Zahlen $a, b, c, d,\ a+c,\ a+d,\ b+c$ und $b+d$ unterschiedliche positive einstellige Zahlen. Findet mögliche Zahlen für *a*!

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *Es gibt keine solchen Zahlen.*

4. Die Zahl 11 kann man in eine Summe aus vier Quadratzahlen aufteilen: $11=9+1+1+0=3^2+1^1+1^2+0^2$. Peter schrieb die Zahl 99 als Summe aus vier Quadratzahlen. Welche der aufgelisteten Quadratzahlen kann Peter hierbei aufgeschrieben haben?

(A) *4* **(B)** *25* **(C)** *36* **(D)** *49* **(E)** *64*

5. Gegeben ist die unendliche, periodische Dezimalzahl 0,242424… (die Ziffernfolge „24“ wiederholt sich). Mit welcher von den aufgelisteten Zahlen kann man diese Zahl multiplizieren, um eine ganze Zahl zu erhalten?

(A) *0* **(B)** *11* **(C)** *33* **(D)** *44* **(E)** *66*

6. Tante Kitty kochte Pudding für ihre Kätzchen. Die erste und die zweite Katze bekamen etwas vom Pudding. Die dritte bekam so viel, wie die ersten zwei zusammen. Die vierte bekam so viel, wie die zweite und die dritte zusammen, die fünfte bekam so viel, wie die dritte und die vierte zusammen. Zum Schluss bekam die letzte so viel, wie die vierte und die fünfte zusammen. Falls die fünfte Katze 100g Pudding bekam, wie viel Gramm Pudding hatte Tante Kitty genau gekocht?

(A) *weniger als 360 g* **(B)** *weniger als 380 g* **(C)** *weniger als 420 g*
(D) *mehr als 450 g* **(E)** *weniger als 460 g*

7. Im spitzwinkeligen Dreieck *ABC* sei $\overline{BH}$ eine Höhe, der Punkt *M* der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$, deren Länge $\left|\overline{BC}\right|=10$ cm beträgt. Der Winkel $\sphericalangle ACM$ ist doppelt so groß wie der Winkel $\sphericalangle MAC$. Wie lang ist die Strecke $\overline{AH}$?

(A) *weniger als 4 cm* **(B)** *mehr als 4 cm* **(C)** *weniger als 5 cm*
(D) *weniger als 6 cm* **(E)** *mehr als 6 cm*

8. Auf einer Geraden wurden ein paar Punkte markiert. Dann markierte Zoe zwischen je zwei benachbarten Punkten einen weiteren Punkt. Dann markierte sie wieder zwischen allen benachbarten Punkten einen weiteren Punkt. Zum Schluss markierte sie nochmal zwischen den Nachbarpunkten einen weiteren Punkt. So wurden insgesamt 41 Punkte auf der Geraden markiert. Wie viele markierte Punkte gab es insgesamt auf der Geraden zu Beginn?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

9. Im Dreieck *ABC* sei Punkt *M* der Mittelpunkt der Seite *AC*. Die Strecke $\overline{BM}$ ist halb so lang wie die Seite $\overline{AB}$, und der Winkel $\sphericalangle MBA=40°$. Wie groß ist der Winkel $\sphericalangle CBA$?

(A) *60°* **(B)** *90°* **(C)** *100°* **(D)** *110°* **(E)** *120°*

10. Zeno notiert verschiedene zehnstellige Zahlen, indem er die Ziffern von 0 bis 9 je einmal verwendet. Er bemerkt, dass einige Ziffern dieser Zahlen die Summe der benachbarten Ziffern sind, und dass es genau 4 Ziffern mit dieser Eigenschaft in jeder notierten Zahl gab. Wie viele solche Zahlen kann er notiert haben?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

11. Auf dem Tisch liegen 6 Zahlenkarten mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6, jeweils eine Zahl auf einer Karte. Aaron und Benedikt ziehen abwechselnd eine Karte, Aaron beginnt. Derjenige gewinnt, der zuerst aus seinen gezogenen Karten eine durch 17 teilbare Zahl legen kann. Beide sind bestrebt zu gewinnen und verfügen über entsprechende Strategien. Zieht Aaron erst die Karte mit der Zahl …

(A) *1, gewinnt Aaron.* **(B)** *1, gewinnt Benedikt.*
(C) *3, gewinnt Aaron.* **(D)** *3, gewinnt Benedikt.*
(E) *4, gewinnt Aaron.*

Achtung! Die Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.