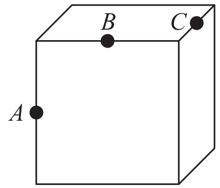
Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Die Mittelpunkte dreier Kanten eines Würfels sind in der Abbildung mit A, B und C markiert. Bestimmt die Größe des Winkels $\sphericalangle ABC$! (Der Punkt B ist der Scheitelpunkt des Winkels.)



„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2020

1. RUNDE

KLASSE 10
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 10
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

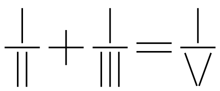
Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Csuka Róbert, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Bolyai Team® **Klasse 10 / Schulstufe 10** **14. Januar 2020**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wie viele Stäbchen kann man in der folgenden Abbildung so umsetzen, dass nach dem Umsetzen weiterhin drei Brüche vorkommen, die zusammen mit den Rechenzeichen alle Stäbchen enthalten, und man weiterhin eine richtige Gleichung bekommt?



(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

2. Die Variablen m und n sind natürliche Zahlen, für die gilt: $\left(n \cdot 5^n\right)^n = m \cdot 5^9$. Welche Werte aus den untenstehenden Möglichkeiten kann n annehmen?

(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

3. Peter hat benachbarte natürliche Zahlen so angegeben, dass jede genau 4 Teiler hat (mit der 1 und sich selbst). Wie viele Zahlen konnte Peter höchstens angeben?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *Keine der vorherigen.*

4. Der Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ im Rechteck $ABCD$ ist M, der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$ ist K. E ist der Schnittpunkt der Strecken $\overline{CM}$ und $\overline{AK}$. Bestimmt das Flächenverhältnis von $ADCE$ und $MEKB$.

(A) *2:1* **(B)** *3:1* **(C)** *4:1* **(D)** *5:1* **(E)** *6:1*

5. Tengeliz hat jeden Tag von Montag bis Freitag auf dem Meer in der Nähe von Atlantis sein Netz ausgeworfen. Er hat jeden Tag mindestens so viele Fische gefangen wie am darauffolgenden Tag. Wenn er an diesen fünf Tagen insgesamt genau 100 Fische gefangen hat, wie viele Fische konnte er aus den untenstehenden Möglichkeiten am Montag, Mittwoch und Freitag zusammen fangen?

(A) *40* **(B)** *45* **(C)** *50* **(D)** *55* **(E)** *60*

6. Tina hat einige benachbarte ganze Zahlen an die Tafel geschrieben. Wie viele gerade Zahlen konnte sie insgesamt aufschreiben, wenn man weiß, dass 52% der aufgeschriebenen Zahlen gerade sind? Markiert alle Lösungen.

(A) *weniger als 10* **(B)** *weniger als 12* **(C)** *weniger als 16*
(D) *weniger als 26* **(E)** *mehr als 26*

7. Wie viele Höhenlinien kann ein Tetraeder genau haben, die außerhalb des Tetraeders verlaufen? Markiert alle Lösungen.

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

8. Gegeben ist die Zahl 123456789. Wir gehen in mehreren gleichen Schritten vor. In jedem Schritt werden zwei benachbarte Ziffern ausgewählt, unter denen keine die 0 ist. Beide werden um 1 verkleinert und ihre Stellen vertauscht. Wie viele Schritte nach diesem Verfahren benötigen wir mindestens, um die kleinste 9-stellige Zahl zu erhalten?

(A) *10* **(B)** *14* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *22*

9. In einer Ebene wurden zwei viereckige Flächen so übereinander gelegt, dass auch ihr gemeinsamer Teil ein Vieleck ist. Wie viele Seiten kann dieses Vieleck besitzen?

(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *9* **(D)** *10* **(E)** *12*

10. Ein Ausstellungsraum hat einen Grundriss eines Sechsecks (die Wände stehen alle senkrecht zum Boden, die Decke ist flach). In diesem Saal müssen wir Wachmänner so platzieren, dass jeder Punkt des Raumes von einem der Wachmänner gesehen werden kann. Wie viele Wachmänner kann man platzieren um die Forderung sicher zu erfüllen? (Das Sechseck ist beliebig.)

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

11. Welchen der unten stehenden Werte kann der Term $x^2y - y^2x$ annehmen, wenn sowohl x als auch y voneinander unabhängig das Intervall $[0;1]$ durchlaufen?

(A) $-\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{2}{9}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** *1*

12. Für die von Null verschiedenen reellen Zahlen a, b, c, d gilt

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}+\frac{d}{a}=6 \text{ und } \frac{a}{c}+\frac{b}{d}+\frac{c}{a}+\frac{d}{b}=8.$$

Wie groß kann so der Wert von $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ sein?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

13. Der Sieger eines Tischtennisturniers hat mehr als 68 und weniger als 69 Prozent seiner Spiele gewonnen. Wir wissen, dass jeder Spieler gegen jeden einmal gespielt hat. Wie viele Spieler konnten an diesem Turnier teilnehmen?

(A) *11* **(B)** *13* **(C)** *15* **(D)** *17* **(E)** *19*

Achtung! Aufgabe 14 folgt auf der nächsten Seite.