„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2021

FINALE

KLASSE 10
SCHULSTUFE 10

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Aron schreibt die natürlichen Zahlen von 1 bis 24 auf den Umfang eines Kreises in folgender Reihenfolge:
11, 1, 20, 5, 12, 21, 9, 14, 8, 22, 16, 7, 19, 3, 17, 23, 2, 15, 24, 10, 6, 13, 4, 18.
In dieser Folge ist 4 die kleinste Differenz unter allen Differenzen von unmittelbaren Nachbarn. (Die kleinere Zahl wird immer von der größeren subtrahiert.) Wie groß kann die kleinste Differenz von unmittelbaren Nachbarn sein, wenn man nun die Zahlen in einer anderen Reihenfolge notiert?

(A) *7* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

2. Auf der Gerade *MN* sind 30 Punkte im gleichen Abstand markiert. Sie werden der Reihe nach mit $A_1, A_2, A_3, \dots A_{30}$ bezeichnet. Von diesen 30 Punkten gehen jeweils gerade Wege immer auf derselben Halbebene aus. Die folgende Tabelle zeigt, wie groß die Winkel sind, die diese Wege mit der Geraden *MN* in den einzelnen Punkten einschließen:

Nummer der Anfangspunkte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	60	30	15	20	155	45	10	35	140	50	125	65	85	86	80
Nummer der Anfangspunkte	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	75	78	115	95	25	28	158	30	25	5	15	160	170	20	158

Von jedem der 30 Punkte startet gleichzeitig mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit je ein Auto und fährt gerade aus. An jeder Kreuzung ist eine Schranke. Wenn das erste Auto die Kreuzung überquert, schließt sich die Schranke und blockiert die Straße für Autos, die aus anderen Richtungen kommen. Von welchen Punkten starten Autos die alle Kreuzungen ihres Weges passieren können?

(A) A_{11} **(B)** A_{14} **(C)** A_{23} **(D)** A_{24} **(E)** A_{30}

3. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

4. Betrachtet die Gleichung: $2[x+2]=3x$. Wie viele unterschiedliche reelle Lösungen *x* gibt es insgesamt?
Erklärung: $[a]$ bedeutet den ganzen Anteil der reellen Zahl *a*, d.h. $[a]$ ist diejenige ganze Zahl, die unter den ganzen Zahlen, die nicht größer als *a* sind, die größte ist. (z.B. $[-4,5]=-5$; $[2]=2$ oder $[3,45]=3$.)

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

5. Gegeben ist ein Einheitsquadrat (die Seitenlänge ist 1 Einheit). Wir zeichnen im Inneren des Quadrats einige Kreise, deren Umfänge insgesamt 10 Einheiten ergeben. (Kein Kreis ragt aus dem Quadrat heraus.) Wir behaupten: Es ist egal, wie die Kreise platziert sind, wir können sicher eine Gerade in das Bild so einzeichnen, dass sie genau *n* Kreise schneidet. Entscheidet, für welche der gegebenen *n*-Werte die Behauptung wahr ist!

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*