„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2021

FINALE

KLASSE 11
SCHULSTUFE 11

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wenn $a+b+c>0$ gilt und die Gleichung $ax^2+bx+c=0$ keine reelle Lösung besitzt, dann sind unter den gegebenen Ungleichungen folgende Ungleichungen wahr:

(A) $a-b+c<0$ **(B)** $a-b+c>0$ **(C)** $4a-2b+c<0$
(D) $4a-2b+c>0$ **(E)** $c>0$

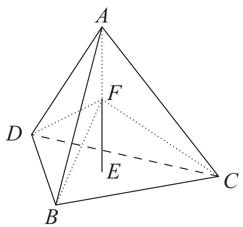
2. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

3. Gegeben ist das gleichseitige Dreieck *ABC* und in dessen Ebene der Punkt *O* so, dass der Winkel $\sphericalangle AOC=90°$ und der Winkel $\sphericalangle BOC=75°$ groß ist. Mit den Längen $\left|\overline{AO}\right|$, $\left|\overline{BO}\right|$, $\left|\overline{CO}\right|$ wird ein Dreieck gebildet. Wie groß kann einer der inneren Winkel dieses Dreiecks sein? Überprüft die Angaben!

(A) *15°* **(B)** *30°* **(C)** *45°* **(D)** *120°* **(E)** *135°*

4. Von der Spitze *A* eines regelmäßigen Tetraeders wird die Höhe zur Grundseite *BCD* gezogen. Der Punkt *F* halbiert die Höhe. Man kann nun behaupten, dass jedes der Dreiecke *FAB*, *FBC* und *FCA*…



(A) *spitzwinklig ist.* **(B)** *rechtwinklig ist*
(C) *einen stumpfen Winkel hat.*
(D) *gleichschenklig ist.* **(E)** *gleichseitig ist.*

5. In einer Ebene sind 5 verschiedene Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer Geraden liegen und keine vier sich auf dem Umfang eines Kreises befinden. Untersuchen wir nun die Dreiecke, die aus diesen 5 Punkten entstehen können. Jedes der Dreiecke besitzt einen Umkreis. Wie viele Dreiecke könnten wir insgesamt aus diesen Umkreismittelpunkten bilden? (Die Eckpunkte der Dreiecke müssen unter den gegebenen und beschriebenen Punkten sein.)

(A) *10* **(B)** *20* **(C)** *100* **(D)** *110* **(E)** *120*