10. Das Sechseck *ABCDEF* ist regelmäßig. In seiner Mitte *K* und im Eckpunkt *B* sitzt je eine Fliege. Im Eckpunkt *A* befindet sich eine Spinne. Die beiden Fliegen setzen sich gleichzeitig mit der gleichen Geschwindigkeit in Bewegung: Von *B* in Richtung *C* und von *K* in Richtung *E*. Die Spinne rührt sich nicht. Man kann dann sagen, dass während der Bewegung der Fliegen ihre jeweiligen Standorte zusammen mit dem Ort der Spinne immer ein Dreieck ergeben, welches…

(A) *rechtwinklig ist.* **(B)** *nicht rechtwinklig ist.*
(C) *gleichschenklig ist.* **(D)** *nicht gleichschenklig ist.*
(E) *gleichseitig ist.*

11. Ein neunköpfiges Wahlgremium wählt aus drei Kandidaten, indem jeder der Wähler für die drei Kandidaten eine bestimmte Rangfolge bestimmt. Der erste erhält 3 Punkte, der zweite 2 Punkte, der dritte 1 Punkt. Nach dem Auszählen der Stimmen hat sich ein klares Ergebnis, mit drei verschiedenen Punktzahlen herausgestellt. Ein Mitglied des Gremiums hat herausgefunden, dass wenn jeder von ihnen nur einen Kandidaten mit der Vergabe von einem Punkt ausgewählt hätte, sich die Reihenfolge der Kandidaten umgekehrt hätte. Wie viele Punkte hat einer der Kandidaten ursprünglich erhalten?

(A) *15* **(B)** *17* **(C)** *19* **(D)** *21* **(E)** *23*

12. Wir schreiben die natürlichen Zahlen von 1 bis 13 in einer solchen Reihenfolge auf, dass ab der zweiten Zahl jede weitere Zahl die Summe aller vorhergehenden Zahlen teilt. Welche Zahl steht an der dritten Stelle, wenn zuerst 13 notiert wurde?

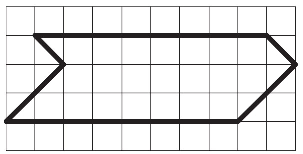
(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *4* **(D)** *6* **(E)** *7*

13. Im gleichseitigen Dreieck *ABC* werden die Eckpunkte *A*, *B*, *C*, der Schwerpunkt *J* und die Punkte *D*, *E*, *F*, *G*, *H* und *I* ausgewählt. Letztere dritteln die entsprechenden Seiten. Wie viele dieser 10 Punkte kann man beibehalten unter der Voraussetzung, dass keine drei von ihnen ein gleichseitiges Dreieck bilden?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Zerlegt die abgebildete Figur in zwei Teile, die gleich groß sind und die gleiche Form haben. D.h. die beiden Figuren sind vollkommen deckungsgleich, wenn man sie ausschneidet und entsprechend aufeinanderlegt.



Zeichnet drei unterschiedliche Zerlegungen!

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2022

1. RUNDE

KLASSE 9
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 9
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Der berühmte Räuber Fürchtemich ist in einer schwierigen Lage. In einem der gestohlenen Säcke befindet sich sein Schatz, aber das geheime Zeichen ist auf keinem Sack mehr zu sehen. Er weiß nur, dass der Schatz im Sack mit dem Weizen versteckt wurde und dieser Sack am schwersten ist. Drei Messungen ergaben, dass der erste Sack zusammen mit dem zweiten leichter, zusammen mit dem dritten gleich schwer und zusammen mit dem vierten schwerer ist als die jeweils anderen beiden Säcke zusammen. In welchem Sack befindet sich der Schatz?

(A) *im ersten* **(B)** *im zweiten* **(C)** *im dritten*
(D) *im vierten* **(E)** *Man kann es nicht feststellen.*

2. Ein König besitzt eine seltsame Eigenschaft: Schläft er, dann ist alles, was er für wahr hält, falsch. Mit anderen Worten, alles, was der König im Schlaf für wahr hält, ist falsch. Was er hingegen im wachen Zustand für wahr hält, ist tatsächlich wahr. Gestern dachte der König zu einem bestimmten Zeitpunkt, dass sowohl er als auch die Königin schlafen. Beurteilt, welche Aussage zutreffend sein kann!

(A) *Der König ist wach gewesen.* **(B)** *Der König schlief.*
(C) *Die Königin ist wach gewesen.* **(D)** *Die Königin schlief.*
(E) *Entweder schliefen beide oder beide waren wach.*

3. In einem Sportcamp für Kinder gibt es 25 Teilnehmer, die Fahrrad fahren, 20 Teilnehmer schwimmen. Es gibt kein einziges Kind, das von den beiden Sportarten keine Ahnung hätte. Das Sechsfache der Anzahl der Camper ist eine besondere Zahl: Addiert man die Ziffern dieser Zahl, so erhält man das Dreifache der Zahl, die sich als Summe der Ziffern der Teilnehmerzahl ergibt. Wie viele Teilnehmer können im Camp sein?

(A) *weniger als 28* **(B)** *mehr als 28* **(C)** *weniger als 32*
(D) *mehr als 32* **(E)** *mehr als 34*

4. Gibt es natürliche Zahlen so, dass, wenn wir eine bestimmte von ihnen sowohl zum Zähler als auch zum Nenner des Bruches $\frac{10}{97}$ addieren, sich der Wert des Bruches $\frac{10}{97}$ dann ändert auf…

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{3}{4}$ **(E)** *1*

5. Das Fünfeck $ABCDE$ hat folgende Merkmale: Die Seitenlängen $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ und $\overline{EA}$ sind gleich, in den Eckpunkten A und B liegt jeweils ein rechter Winkel und der Winkel im Eckpunkt E ist 120°. Wie groß ist der Winkel im Eckpunkt C?

(A) *150°* **(B)** *160°* **(C)** *165°* **(D)** *170°* **(E)** *175°*

6. Wir wollen eine Kugel aus dem Eckpunkt A eines rechteckigen Billardtisches $ABCD$ ($|\overline{AB}| \neq |\overline{BC}|$) so abstoßen, dass sie genau dreimal von den Seiten zurückprallt und anschließend einen Ball in der Mitte des Rechtecks trifft. In wie viele verschiedene Richtungen kann die Kugel insgesamt von A aus gestartet werden, um das Ziel zu erreichen?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

7. In einem Brettspiel haben wir 11 rote, 7 blaue und 20 grüne Scheiben. Die Bank gibt für eine rote und eine blaue Scheibe zwei grüne Scheiben, für eine rote und eine grüne Scheibe zwei blaue Scheiben und für eine blaue und eine grüne Scheibe zwei rote Scheiben. Ziel ist es, so lange zu tauschen, bis wir nur noch gleichfarbige Scheiben besitzen. Mit welcher Farbe können wir das Ziel erreichen?

(A) *mit der roten Farbe* **(B)** *mit der blauen Farbe*
(C) *mit der grünen Farbe* **(D)** *mit allen drei Farben*
(E) *mit keiner Farbe*

8. An einer kreisförmigen Stadtmauer sind in 12 Wachhäuschen 12 Wächter untergebracht. Die Wachbuden sind im Uhrzeigersinn in aufsteigender Reihenfolge nummeriert. Die Wächter tragen dieselbe Nummer wie ihr Häuschen. Mittags wird jeder in eine bestimmte Richtung mit einer bestimmten Geschwindigkeit starten, um entlang der Mauer einen Stadtrundgang zu machen. Die Geschwindigkeit ist so gewählt, dass ein Rundgang eine Stunde dauert. Wenn sich zwei Wächter treffen, dann kehren sie um und setzen die Bewegung mit der gleichen Geschwindigkeit in die entgegengesetzte Richtung fort. Vor welchem Wachhäuschen steht der Wächter mit der Nummer 6 um Mitternacht? Überprüft die Angaben.

(A) *2* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *10* **(E)** *12*

9. Es gibt Zahlen mit einer besonderen Eigenschaft: Sie enthalten eine Ziffer, die das Produkt der anderen Ziffern ist. Beispiele: 122, 224, usw. Wie viele dreistellige Zahlen gibt es insgesamt mit dieser Eigenschaft?

(A) *48* **(B)** *49* **(C)** *52* **(D)** *60* **(E)** *61*

Achtung! Die Aufgaben 10-14 folgen auf der nächsten Seite.