BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB
11. JANUAR 2022
LÖSUNGSSCHLÜSSEL

	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	**A C E**	**A C E**	**B C D**	1.	**B C D E**	**C**	**C**	1.
2.	**C D**	**B C D**	**C E**	2.	**B C**	**E**	**A**	2.
3.	**B**	**A**	**A B C D E**	3.	**B D**	**B**	**C D**	3.
4.	**A B C D E**	**C**	**B**	4.	**A B D**	**A B**	**B D E**	4.
5.	**B C**	**D**	**B C D**	5.	**B C D E**	**A B C E**	**D**	5.
6.	**B D**	**A B C D E**	**A C E**	6.	**E**	**D E**	**D**	6.
7.	**A B C D E**	**B**	**A B C**	7.	**D E**	**E**	**C**	7.
8.	**B E**	**B C D E**	**B**	8.	**A B C D E**	**A B**	**A B**	8.
9.	**C D**	**A B C D E**	**C D**	9.	**B**	**B D E**	**A**	9.
10.	**B D**	**A B C E**	**B D**	10.	**A C D**	**B C D E**	**E**	10.
11.	**C**	**B E**	**A B C D**	11.	**C**	**B C D**	**A B C**	11.
12.	**A B C**	**B D**	**C E**	12.	**A C**	**B C E**	**D E**	12.
13.	**A B C D**	**A D**	**C D E**	13.	**B C D E**	**A E**	**B**	13.
	206 Punkte	*206 Punkte*	*206 Punkte*		*206 Punkte*	*201 Punkte*	*192 Punkte*	

	Klasse 9	Klasse 10	Klasse 11	Klasse 12	
1.	**D**	**A B C D E**	**E**	**C**	1.
2.	**B C**	**B C**	**C**	**C**	2.
3.	**B C D**	**C**	**D**	**C**	3.
4.	**B C D**	**B**	**C**	**E**	4.
5.	**C**	**C D**	**C**	**B D**	5.
6.	**E**	**B C D E**	**A B**	**B C**	6.
7.	**B**	**B**	**B C D E**	**B D**	7.
8.	**C**	**E**	**B E**	**B D**	8.
9.	**C**	**B C D E**	**A B C D E**	**A C E**	9.
10.	**B C E**	**D**	**B**	**C**	10.
11.	**B C**	**D**	**A B C**	**A**	11.
12.	**B**	**E**	**D**	**C D E**	12.
13.	**A B C D**	**A C E**	**B C D**	**A B D**	13.
	196 Punkte	*199 Punkte*	*198 Punkte*	*195 Punkte*	

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB – 11. JANUAR 2022 –
LÖSUNGEN VON AUFGABEN 14

Klasse 3: bspw.: Pro Gruppe je **4 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**)

1.	4; 1	5; 2	6; 3	9; 7	10; 8
2.	3; 1	2; 5	4; 6	9; 7	10; 8
3.	3; 1	4; 2	7; 5	9; 6	10; 8
4.	3; 1	4; 2	8; 5	9; 6	10; 7

Klasse 4:

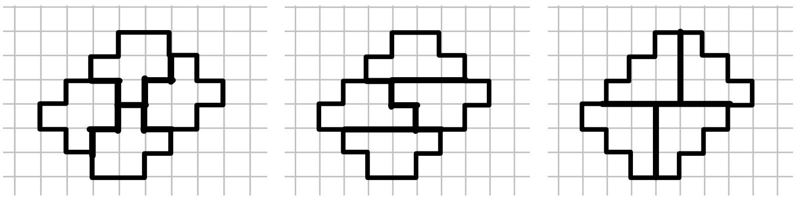
$3+3+3+0=3\cdot 3$ (**3 Punkte**)
$1+1+1+1=4\cdot 1$ (**1 Punkt**)
$2+2+2+2=4\cdot 2$ (**1 Punkt**)
$3+3+3+3=4\cdot 3$ (**1 Punkt**)
$5+5+5+5=4\cdot 5$ (**1 Punkt**)
$6+6+6+6=4\cdot 6$ (**1 Punkt**)
$7+7+7+7=4\cdot 7$ (**1 Punkt**)
$8+8+8+8=4\cdot 8$ (**1 Punkt**)
$9+9+9+9=4\cdot 9$ (**1 Punkt**)

Jede Zeile **halber Punkt**:

$0+0+0+0=1\cdot 0$
$0+0+0+0=2\cdot 0$
$0+0+0+0=3\cdot 0$
$0+0+0+0=4\cdot 0$
$0+0+0+0=5\cdot 0$
$0+0+0+0=6\cdot 0$
$0+0+0+0=7\cdot 0$
$0+0+0+0=8\cdot 0$
$0+0+0+0=9\cdot 0$

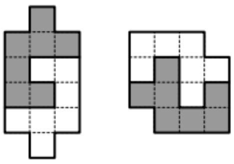
*Werden alle Lösungen gefunden, so rundet man **15,5 Punkte auf 16**. In allen anderen Fällen (falls die Summe nicht ganzzahlig ist) ist entsprechend aufzurunden.* (**maximal 16 Punkte**)

Klasse 5: Die Bilder zeigen die Zerlegungen. Eine Zerlegung **5 Punkte**, zwei Zerlegungen **10 Punkte**, alle drei Zerlegungen **16 Punkte**.

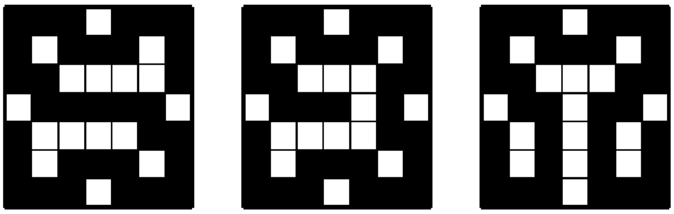


(**maximal 16 Punkte**)

Klasse 6: Die Lösung zeigen die Bilder. Bewertung **8-8 Punkte**. Wenn nicht alle 4 Teilfiguren kongruent sind, jeweils nur 2, dann sind **6-6 Punkte** zu verteilen. Wurde nur die Figur auf der linken Seite zerteilt, dann sind **4 Punkte** zu vergeben. Wenn nur für die Figur auf der rechten Seite eine Lösung gefunden wurde, dann sind **5 Punkte** zu vergeben.
(**maximal 16 Punkte**)

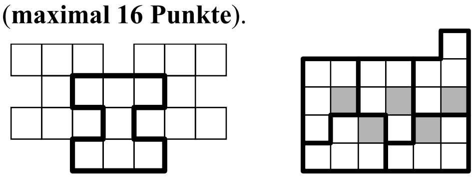


Klasse 7: 33 Quadrate sind in den Bildern bemalt worden. Mehr Quadrate können nicht eingefärbt werden.

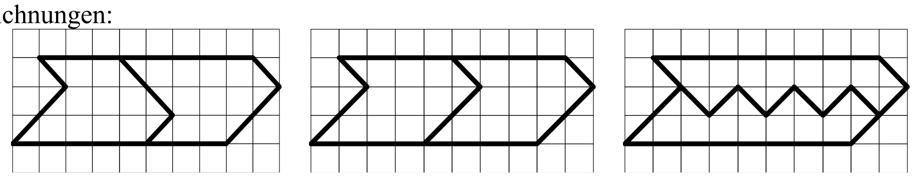


Bewertung:
31 Quadrate richtig gefärbt, **4 Punkte**
32 Quadrate richtig gefärbt, **9 Punkte**
33 Quadrate richtig gefärbt, **16 Punkte**.
Wird die Regel nicht beachtet, dann gibt es keinen Punkt, Teilpunkte können nicht vergeben werden. Bei mehreren Lösungen gilt die mit der höchsten Punktzahl. (**maximal 16 Punkte**)

Klasse 8: Für beide Fälle, **je 8 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**).



Klasse 9: siehe Zeichnungen:



Die ersten beiden Zerlegungen ergeben 5-5 Punkte, die dritte Zerlegung 6 Punkte. (**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 10: Bezeichnen wir die kleinere Zahl mit a, die größere mit b. Nach dem prozentualen Vermehren wurde aus a $1{,}01a$ und aus b $1{,}04b$. (**je 2 Punkte**)
Der Zusammenhang der Summen kann wie folgt dargestellt werden:

$$1{,}01a + 1{,}04b = 1{,}03(a+b) \quad \textbf{(2 Punkte)}$$

$$\Rightarrow 1{,}04b - 1{,}03b = 1{,}03a - 1{,}01a \Rightarrow 0{,}01b = 0{,}02a \Rightarrow b = 2a \quad \textbf{(3 Punkte)}$$

Für die ursprüngliche Differenz gilt: $b-a$, nach der Änderung erhalten wir $1{,}04b - 1{,}01a$. (**2 Punkte**)
Nun müssen wir die prozentuale Änderung feststellen. Wir nutzen aus, dass $b = 2a$ gilt:

$$\frac{1{,}04b - 1{,}01a}{b-a} = \frac{1{,}04 \cdot 2a - 1{,}01a}{2a-a} = \frac{2{,}08a - 1{,}01a}{a} = \frac{1{,}07a}{a} = 1{,}07,$$

hieraus folgt $1{,}04b - 1{,}01a = 1{,}07 \cdot (b-a)$. (**3 Punkte**)
Aus der letzten Zeile lässt sich ablesen, dass die Differenz der erhöhten Zahlen um 7% größer wurde. (**2 Punkte**)
(**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 11: Nach Ausmultiplizieren der Klammern und Umformungen erhalten wir:

$$x + y + z + xy + yz + zx = 0 \quad \textbf{(2 Punkte)}$$

$$4(x+y+z) + 2(xy+yz+zx) = -6 \quad \textbf{(2 Punkte)}$$

Wir führen folgende Bezeichnungen ein: $a = x+y+z$ und $b = xy+yz+zx$. Dann gilt:
$a+b=0$ und $4a+2b=-6$. Wir erhalten $a=-3$ und $b=3$. (**3 Punkte**)
Aus dem folgenden Zusammenhang ergibt sich:

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) + 2(x+y+z) + 3 = 9-6-6+3 = 0 \quad \textbf{(6 Punkte)}$$

Die Summe von drei Quadratzahlen ist genau dann 0, wenn jede der Zahlen 0 ist. (**2 Punkte**)
Dementsprechend gilt: $x+1 = y+1 = z+1 = 0$, also $x = y = z = -1$. (**1 Punkt**)
(**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 12: Die Fläche des Dreiecks kann auf zwei verschiedene Arten notiert werden:
$\frac{ab}{2}$ oder $\frac{ch}{2}$, also $2ab = 2ch$. (**4 Punkte**)
Nach dem Satz des Pythagoras (**2 Punkte**) und aus $h^2 > 0$ (**2 Punkte**) kommen wir zur folgenden Zeile:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ch < c^2 + 2ch + h^2 = (c+h)^2. \quad \textbf{(4 Punkte)}$$

Da das Ungleichheitszeichen sich beim Wurzelziehen im diesem Fall nicht dreht (**2 Punkte**), erhalten wir:
$a+b < h+c$. (**2 Punkte**)
Andere, richtige Lösungen werden ähnlich bepunktet. (**maximal 16 Punkte**.)