12. Die Residenz des Sultans hat sieben Gefängniszellen, sechs von diesen sind belegt. In jeder Zelle ist jeweils ein Gefangener. Eines Tages befahl der Sultan nach der Beratung mit seinem Astrologen die Verlegung der Gefangenen. Danach waren in den Zellen weiterhin Einzelpersonen. Der Wächter ist vorsichtig, deshalb verlegt er immer nur einen Gefangenen in eine andere, gerade leere Zelle, dabei kann er auch die siebte Zelle benutzen. Nennen wir den Vorgang: Umzug. Wie viele Umzüge können stattfinden, damit jeder Gefangene eine neue, für ihn bestimmte Zelle bekommt? Überprüft die Angaben unter der Voraussetzung, dass die Anzahl der Umzüge auf jeden Fall ausreicht, unabhängig davon, wie der neue Belegungsplan aussieht.

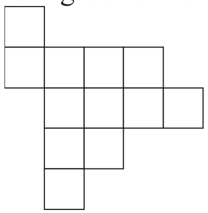
(A) *7* **(B)** *9* **(C)** *11* **(D)** *13* **(E)** *15*

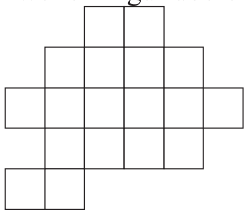
13. Julia schreibt einige Zahlen entlang eines Kreises auf. Dabei gilt, dass jede Zahl größer ist als die Summe der beiden, die im Uhrzeigersinn folgen. Wie viele Zahlen muss sie mindestens platzieren, wenn sowohl positive als auch negative Zahlen unter den notierten Zahlen vorkommen?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Zerteilt die beiden gegebenen Figuren entlang der Gitterlinien in je drei gleichgroße und gleichförmige Teile! (Die gleichen Teile der ersten Figur dürfen nicht mit den gleichen Teilen der zweiten Figur übereinstimmen.)





„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2023

C. F. GAUSS

1. RUNDE

KLASSE 8
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 8
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

unesco

200. Jahrestag des Briefes von János Bolyai über die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie (1823)
Gefeiert in Zusammenarbeit mit der UNESCO

Bolyai Team® **Klasse 8 / Schulstufe 8** **17. Januar 2023**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

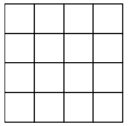
1. Die Länge einer Bahn bei der 400 *m*-Kurzstrecken-Schwimmweltmeisterschaft ist 25 *m*. Wie viele Male musste der Sieger im Finale insgesamt wenden?

(A) *siebenmal* **(B)** *achtmal* **(C)** *vierzehnmal*
(D) *fünfzehnmal* **(E)** *sechszehnmal*

2. Gegeben sind 5 Punkte in der Ebene so, dass keine drei von ihnen auf einer Geraden liegen. Paul zeichnet alle Vierecke, deren Eckpunkte aus diesen Punkten gewählt wurden. Wie viele Vierecke konnte er insgesamt zeichnen?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

3. Füllt die 4×4-Tafel mit ganzen Zahlen so aus, dass das Produkt von drei beliebigen Zahlen, die in einer Zeile oder Spalte hintereinander stehen, negativ ist. Wie viele negative Zahlen können insgesamt in der Tafel vorkommen? Überprüft hierzu die Angaben!



(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *10*

4. Ich teile ein Rechteck in drei Quadrate auf. Wie groß kann die Fläche des Rechtecks sein, wenn die Fläche eines der Quadrate 8 cm^2 ist?

(A) $12\ cm^2$ **(B)** $16\ cm^2$ **(C)** $24\ cm^2$ **(D)** $36\ cm^2$ **(E)** $48\ cm^2$

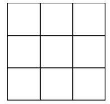
5. Ich habe eine aus unterschiedlichen Ziffern bestehende Zahl mit folgender Eigenschaft notiert: Die Summe von beliebig zwei benachbarten Ziffern ist durch 3 teilbar. Weiter ist die notierte Zahl so beschaffen, dass wir keine weitere, von den bereits notierten Ziffern abweichende Ziffer nach der Einerstelle der Zahl zusätzlich so hinzufügen können, dass die Forderung weiter erfüllt wäre. Aus wie vielen Ziffern kann unsere Zahl bestehen?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

6. Die 3×3-Tafel steht leer vor einem Spiel, das folgende Regeln hat: Man darf grundsätzlich auf ein beliebiges leeres Feld eine Scheibe legen. Liegt auf den seitlich benachbarten Feldern bereits eine Scheibe, dann muss man vor jeder darauf folgenden Neuplatzierung zunächst eine dieser Scheiben entfernen. Bestimmt die maximale Anzahl der Scheiben, die in einem bestimmten Augenblick auf der Tafel liegen können.

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

7. Jan hat einen 3×3×3-Würfel, der aus kleinen, weißen 1×1×1-Würfeln gebaut wurde, auseinandergenommen. Er hat 72 Seiten von den kleinen Würfeln rot gefärbt und danach den 3×3×3-Würfel erneut zusammengesetzt. Wie viele rote Seiten könnten insgesamt nach dem Zusammensetzen auf dem 3×3×3-Würfel sichtbar geworden sein?



(A) *Möglicherweise ist keine rote Seite sichtbar.*

(B) *Es kann sein, dass eine rote Seite sichtbar ist.*

(C) *Es kann sein, dass 2 rote Seiten sichtbar sind.*

(D) *Es kann sein, dass 50 rote Seiten sichtbar sind.*

(E) *Es kann sein, dass 60 rote Seiten sichtbar sind.*

8. Das Bild auf der rechten Seite zeigt ein magisches Quadrat. Die Summe der Zahlen ist in den Zeilen, in den Spalten und auch entlang der beiden Diagonalen gleich. Welche der vorgegebenen Zahlen können im magischen Quadrat vorkommen?

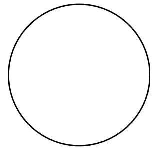
5	22	18

(A) *8* **(B)** *12* **(C)** *13* **(D)** *24* **(E)** *28*

9. Der Wunsch von Mike ist erfüllt worden. Er ging mit seinem Vater auf einen Jahrmarkt und dort zur Schießbude. Der Vater kaufte ihm 18 Kugeln. Jedes Mal, wenn Mike einen Treffer hatte, kaufte ihm der Vater eine neue Kugel. Immer, wenn er das Ziel verfehlte, nahm ihm der Vater zwei Kugeln weg. Wenn es Mike gelungen ist, insgesamt mit 60 Kugeln zu schießen, wie viele davon konnten dann das Ziel treffen? (Eine Kugel, die verschossen wurde, kann nicht mehr benutzt werden.)

(A) *30* **(B)** *42* **(C)** *Weniger als 50* **(D)** *50* **(E)** *Mehr als 50*

10. Ich zerschnitt einen sehr dünnen Pingpongball in vier Teile und tauchte anschließend diese Teile in vier verschiedene Farben. Danach fügte ich die Teile wie ursprünglich zusammen. Wie viele Punkte können wir auf der Oberfläche des Pingpongballes jetzt finden, in denen sich drei unterschiedlich gefärbte Teile treffen?



(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

11. 22 Menschen sind kreisförmig aufgestellt. Die einen lügen immer, die anderen sagen immer die Wahrheit. Wie viele Lügner gibt es unter ihnen insgesamt, wenn jeder der 22 Menschen das gleiche behauptet: „Zehn Menschen, die im Uhrzeigersinn nach mir folgen, sind Lügner.”

(A) *2* **(B)** *10* **(C)** *12* **(D)** *16* **(E)** *20*

Achtung! Die Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.