11. Aron notiert 8 von 0 unterschiedliche ganze Zahlen auf dem Umfang eines Kreises. Für jede Zahl gilt: Sie ist größer als die Summe der beiden im Uhrzeigersinn folgenden Zahlen. Wie viele positive Zahlen können höchstens unter den 8 Zahlen vorkommen?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

12. Wir haben ein Rechteck mit Schnitten, die zu den Seiten parallel sind, in 9 kleinere Rechtecke zerteilt. Die Maßzahlen der Umfänge von einigen dieser Rechtecke sind bekannt. Die Zahlen seht ihr in der Zeichnung in die Rechtecke geschrieben. Die Umfänge sind in *cm* gemessen. Wie viel *cm* ist der Umfang des Rechtecks, in dem *x* steht?

17	28	
11		*x*
	40	23

(A) *5* **(B)** *9* **(C)** *13* **(D)** *19* **(E)** *25*

13. Wir schreiben je eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in die Felder einer 3×3-Tabelle. Es muss gelten, dass die Summe der Zahlen innerhalb der vier 2×2-Teiltabellen gleich ist. Wie groß kann diese Summe sein?

(A) *21* **(B)** *22* **(C)** *23* **(D)** *24* **(E)** *25*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. a) Notiert in einer beliebigen Reihenfolge (es zählt nicht, ob z.B. mit oder gegen den Uhrzeigersinn) auf den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks die Zahlen 1, 2, 3 und auf den Seiten die Zahlen 4, 5, 6 so, dass die Summen der Zahlen entlang einer Seite (zwei Eckzahlen + eine Seitenzahl) auf allen Seiten immer gleich sind.
b) Die unter a) beschriebene Notation soll bei einem regelmäßigen Fünfeck mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 auf den Ecken und mit 6, 7, 8, 9, 10 auf den Seiten verwirklicht werden.
c) Beschriftet die Eckpunkte und Seiten eines regelmäßigen Siebenecks wie unter a) und b) beschrieben mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 bzw. 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2023

1. RUNDE

KLASSE 10
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 10
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

unesco
200. Jahrestag des Briefes von János Bolyai über die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie (1823)
Gefeiert in Zusammenarbeit mit der UNESCO

Bolyai Team® **Klasse 10 / Schulstufe 10** **17. Januar 2023**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Folgende Punkte sind (im zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystem) mit ihren Koordinaten gegeben: $A(-1|3)$, $B(1|3)$, $C(-3|1)$, $D(-1|1)$, $E(1|1)$, $F(3|1)$, $G(-1|-1)$, $H(1|-1)$. Bestimmt die höchste Anzahl rechtwinkliger Dreiecke, deren Eckpunkte alle zu den aufgezählten Punkten gehören!

(A) *22* **(B)** *24* **(C)** *26* **(D)** *28* **(E)** *30*

2. Die Teiler der Zahl 10 sind in wachsender Reihenfolge: 1, 2, 5, 10. Ähnlich gebe ich in wachsender Reihenfolge die Teiler der Zahl d an: 1, a, b, 9, c, d. Wie groß kann die Summe $c + d$ sein?

(A) *60* **(B)** *72* **(C)** *80* **(D)** *84* **(E)** *96*

3. In einem Dreieck gilt für die Innenwinkel, dass ein Winkel halb so groß wie die Summe der anderen beiden Winkel ist. Desweiteren besitzt dieses Dreieck einen Winkel, der halb so groß ist wie ein anderer Winkel. Überprüft die folgenden Behauptungen und gebt an, welche von diesen richtig sein können!

(A) *Das Dreieck ist spitzwinklig.*

(B) *Das Dreieck ist stumpfwinklig.*

(C) *Das Dreieck ist rechtwinklig.*

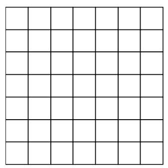
(D) *Ein Dreieck mit diesen Eigenschaften gibt es nicht.*

(D) *Es gibt unendlich viele solche Dreiecke.*

4. Hund Bodri hat Flöhe und deshalb schüttelt er sich häufig. Beim ersten Schütteln konnte er sich von einem Floh und einem Zehntel der übrigen Flöhe befreien. Beim zweiten Schütteln konnte er sich von zwei Flöhen und einem Zehntel der übrigen befreien. Beim dritten Schütteln konnte er sich von drei Flöhen und einem Zehntel der übrigen befreien und das ging so weiter. Mit dem neunten Schütteln konnte er alle Flöhe loswerden. Wie viele Flöhe hatte er genau am Anfang, wenn zwischendurch keine anderen Flöhe auf ihn sprangen und die vorhandenen sich auch nicht vermehrt haben?

(A) *61* **(B)** *81* **(C)** *101* **(D)** *141* **(E)** *181*

5. Füllt die Felder der 7×7-Tafel mit ganzen Zahlen so aus, dass die Produkte von drei beliebigen waagerecht oder senkrecht aufeinanderfolgenden Zahlen negativ sind. Wie viele negative Zahlen kann die Tafel insgesamt nach dem Ausfüllen enthalten?



(A) *14* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *24* **(E)** *29*

6. Ich habe ein Vieleck, dessen Innenwinkel alle kleiner als 180° sind, (sog. konvexes Vieleck) so zerteilt, dass die Teilfiguren Quadrate oder gleichseitige Dreiecke waren. Beide Sorten kamen bei der Zerteilung vor. Wie viele Seiten kann das ursprüngliche Vieleck haben?

(A) *6* **(B)** *12* **(C)** *18* **(D)** *24* **(E)** *30*

7. Wie viele natürliche Zahlen n gibt es insgesamt, die genau einer der folgenden Ungleichungen nicht genügen?

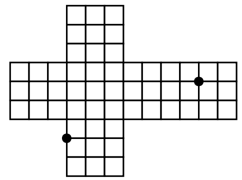
$$n > 100,\ n > 200,\ n > 300,\ n < 400,\ n < 500,\ n < 600$$

(A) *100* **(B)** *200* **(C)** *300* **(D)** *400* **(E)** *500*

8. Wir setzen aus kleinen Einheitsquadraten (Seitenlänge 1 *cm*) ein großes Quadrat mit 8 *cm* Seitenlänge zusammen und zerteilen anschließend das große Quadrat entlang der Gitterlinien in 2×2-Quadrate und 1×4-Rechtecke (Seitenlängen in *cm*). Bei dieser Zerteilung ergeben sich gewisse Schnittlinien. Die Summe dieser Schnittlinien, die sich innerhalb des großen Quadrates ergeben haben, ist insgesamt 54 *cm*. Bestimmt die Anzahl der 2×2- oder der 1×4-Teilfiguren.

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

9. Wir haben die Seitenflächen eines Würfels mit der Kantenlänge 3 *cm* mit zu den Kanten parallelen Strecken in 9 gleiche kleine Quadrate eingeteilt. Die Zeichnung rechts zeigt das Netz des Würfels. Auf dem Netz wurden zwei Punkte markiert. Wie viel *cm* ist der Abstand der beiden Punkte auf dem wiederhergestellten Würfel?



(A) $2\sqrt{2}\,cm$ **(B)** $\sqrt{10}\,cm$ **(C)** $2\sqrt{3}\,cm$ **(D)** $3\sqrt{3}\,cm$ **(E)** $\sqrt{65}\,cm$

10. Wir besitzen 100 Metallkugeln, von denen 51 radioaktiv sind. Darüberhinaus verfügen wir über eine Waage, die so beschaffen ist, dass auf ihre beiden Teller je eine Kugel passt. Kommt eine radioaktive Kugel auf beide Teller, dann leuchtet eine Lampe auf, sonst bleibt das Licht aus. Mit wie vielen Messungen kann man sicher alle 51 radioaktiven Kugeln unter den 100 Kugeln finden?

(A) *98* **(B)** *99* **(C)** *145* **(D)** *146* **(E)** *153*

Achtung! Die Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.