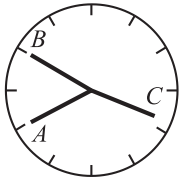
11. Denis besuchte das naturwissenschaftliche Museum. Er sah dort eine besondere Uhr. Sie schien so zu funktionieren wie eine normale Uhr, hatte aber auf dem Ziffernblatt keine Zahlen. Die Stunden-, Minuten- und Sekundenzeiger waren gleich lang. Betrachtet das Bild auf der rechten Seite. Die Zeiger A und B stehen ganz genau auf einer Einteilung. Welche Uhrzeit hat diese Uhr angezeigt, als Denis dem Bild entsprechende Stellungen sah?



(A) *weniger als 16:00 Uhr* **(B)** *mehr als16:00 Uhr* **(C)** *15:55 Uhr*
(D) *weniger als 19:00 Uhr* **(E)** *mehr als 19:00 Uhr*

12. Gegeben sind im Koordinatensystem folgende Punkte (0|0), (0|1), (0|2), (1|0), (1|1), (2|0). Wie viele Kreise gibt es insgesamt, die mindestens drei dieser Punkte auf ihrem Bogen haben?

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *11* **(D)** *17* **(E)** *20*

13. Wir schreiben je eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in die Felder einer 3×3-Tabelle. Es muss gelten, dass die Summe der Zahlen innerhalb der vier 2×2-Teiltabellen gleich ist. Wie groß kann diese Summe sein?

(A) *15* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *18* **(E)** *19*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Wir schrieben auf einen Zettel die Zahl 1 und eine Zahl x, die keine ganze Zahl ist. Weiter ist es in einem danach folgenden Schritt erlaubt, dass wir zusätzlich den Kehrwert einer der vorhandenen Zahlen oder die Summe oder die Differenz der beiden Zahlen notieren. Können wir mit solchen Schritten x^2 erhalten? Wenn ja, wie? Wenn nein, warum nicht?

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2023

C. F. GAUSS

1. RUNDE

KLASSE 11
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 11
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

unesco

200. Jahrestag des Briefes von János Bolyai über die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrie (1823)
Gefeiert in Zusammenarbeit mit der UNESCO

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wie groß kann der Wert von $P \cdot E$ in dem Fall sein, wenn der Wert des Bruches $\dfrac{P \cdot E \cdot L + P \cdot E \cdot L \cdot Y \cdot A}{O \cdot P \cdot E \cdot L \cdot T}$ am größten ist? Die Buchstaben bezeichnen unterschiedliche Ziffern von 1 bis 9.

(A) *18* **(B)** *20* **(C)** *21* **(D)** *28* **(E)** *30*

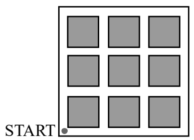
2. Auf einigen Feldern eines 20×20-Brettes stehen Figuren. (Auf einem Feld darf nur eine Figur stehen.) Wir dürfen eine Figur nur dann entfernen, wenn in ihrer Reihe oder Spalte mindestens die Hälfte der Felder leer ist. Wie viele Figuren kann man so günstig platzieren, dass keine von ihnen entfernt werden kann? Überprüft die Angaben!

(A) *118* **(B)** *119* **(C)** *120* **(D)** *121* **(E)** *132*

3. In einem Beutel befinden sich 2 rote und einige grüne Kugeln. Wir entnehmen zufällig 2 Kugeln ohne Zurücklegen. Wir wissen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter den entnommenen Kugeln keine rote Kugel befindet, größer ist als die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den gezogenen Kugeln mindestens eine rote Kugel befindet. Wie viele Kugeln waren insgesamt ursprünglich im Beutel?

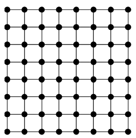
(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

4. Das Bild rechts zeigt das Straßennetz einer Wohnsiedlung. Benachbarte Straßenkreuzungen sind 100 *m* voneinander entfernt. Der Müllwagen fährt im Startpunkt ab und kehrt dorthin zurück. Er befährt jede Straße mindestens einmal. Wie lang ist der kürzeste Weg, der von dem Müllwagen zurückgelegt werden kann?



(A) *2400 m* **(B)** *2600 m* **(C)** *2800 m* **(D)** *3000 m* **(E)** *3200 m*

5. Auf einem Gitternetz haben wir 8×8 Gitterpunkte markiert. Wie viele Gitterpunkte können wir höchstens aus diesen so wählen, dass es keine drei unter ihnen gibt, die entlang einer Geraden liegen?



(A) *12* **(B)** *13* **(C)** *14* **(D)** *15* **(E)** *16*

6. In wie viele Teilräume wird der dreidimensionale Raum durch die fünf Seitenebenen einer quadratischen Pyramide zerlegt?

(A) *14* **(B)** *16* **(C)** *19* **(D)** *23* **(E)** *28*

7. Der Flächeninhalt des Quadrates $ABCD$ beträgt 64 cm^2. Wir markieren den Punkt E auf der Seite $\overline{AD}$ und den Punkt F auf der Verlängerung der Seite $\overline{AB}$ über B hinaus. So kommt mit ECF ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck zustande. Der Flächeninhalt dieses Dreiecks ist 50 cm^2. Wie viel cm^2 ist der Flächeninhalt des Dreiecks AFE?

(A) *7 cm^2* **(B)** *weniger als 10 cm^2* **(C)** *mehr als 10 cm^2*
(D) *14 cm^2* **(E)** *28 cm^2*

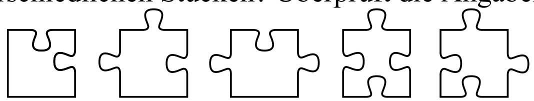
8. In einer Klasse mit 30 Schülern gibt es herausragende (*h*), schwache (*s*) und durchschnittliche (*d*) Schüler. Die herausragenden Schüler sagen immer die Wahrheit, die schlechten Schüler lügen immer und die durchschnittlichen Schüler sagen abwechselnd das Richtige oder das Falsche. Sie sagen nach der Wahrheit das Falsche und umgekehrt. Jeder hat dieselben drei Fragen in der selben Reihenfolge beantwortet. Folgende Ergebnisse entstanden:
Frage 1: „Bist Du herausragend?“ Es gab 19 Antworten mit „Ja“.
Frage 2: „Bist Du durchschnittlich?“ Es gab 12 Antworten mit „Ja“.
Frage 3: „Bist Du schwach?“ Es gab 9 Antworten mit „Ja“.
Wie viele durchschnittliche Schüler gab es insgesamt in dieser Klasse?

(A) *11* **(B)** *13* **(C)** *16* **(D)** *18* **(E)** *20*

9. Wir besitzen 1000 Metallkugeln, von denen 501 radioaktiv sind. Darüberhinaus verfügen wir über eine Waage, die so beschaffen ist, dass auf ihre beiden Teller je eine Kugel passt. Kommt eine radioaktive Kugel auf beide Teller, dann leuchtet eine Lampe auf, sonst bleibt das Licht aus. Mit wie vielen Messungen kann man sicher alle 501 radioaktiven Kugeln unter den 1000 Kugeln finden?

(A) *998* **(B)** *999* **(C)** *1495* **(D)** *1496* **(E)** *1503*

10. Wir haben insgesamt 851 Puzzle-Teile, aus denen ein rechteckiges Bild entsteht. Die Musterstücke sind auf dem Bild sichtbar. Wie viele Exemplare gibt es von den unterschiedlichen Stücken? Überprüft die Angaben!



I. II. III. IV. V.

(A) *8* **(B)** *52* **(C)** *104* **(D)** *108* **(E)** *682*

Achtung! Die Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.