BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB
17. JANUAR 2023
LÖSUNGSSCHLÜSSEL

	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	**D**	**E**	**A C**	1.	**A C D E**	**A D**	**D**	1.
2.	**C**	**A C D E**	**D**	2.	**D**	**B**	**A E**	2.
3.	**D**	**A C E**	**C E**	3.	**C E**	**A B C**	**B C D E**	3.
4.	**B**	**A C**	**A B C D E**	4.	**C D**	**C**	**A C E**	4.
5.	**C D E**	**A B C D E**	**A B D E**	5.	**D E**	**A C D E**	**C E**	5.
6.	**B D E**	**B C**	**A B C D E**	6.	**C D**	**C D E**	**D**	6.
7.	**A B C D**	**A B**	**B D**	7.	**A C D E**	**B D**	**A B C D**	7.
8.	**B D**	**B D**	**A B C D E**	8.	**A B C D**	**A B C D**	**A B E**	8.
9.	**C**	**B C D E**	**A B**	9.	**B C D E**	**A B C D**	**E**	9.
10.	**A**	**A B C D E**	**C**	10.	**A B C**	**A B C D E**	**A B C D E**	10.
11.	**B C D**	**A B C D**	**A B C D E**	11.	**A C**	**C**	**E**	11.
12.	**A B C**	**B C D E**	**A B C**	12.	**A B C**	**B C D E**	**B C D E**	12.
13.	**B C D E**	**B**	**A B D E**	13.	**D E**	**A B C D E**	**B**	13.
	200 Punkte	*211 Punkte*	*213 Punkte*		*207 Punkte*	*211 Punkte*	*204 Punkte*	

	Klasse 9	Klasse 10	Klasse 11	Klasse 12	
1.	**B**	**D**	**A B C D E**	**B C D E**	1.
2.	**B C D**	**A D**	**D E**	**B D**	2.
3.	**D**	**A C E**	**D E**	**A B C D E**	3.
4.	**E**	**B**	**C**	**D**	4.
5.	**C D**	**B C D E**	**E**	**B D E**	5.
6.	**B C D E**	**A B**	**D**	**A**	6.
7.	**B C**	**B**	**C D**	**C D**	7.
8.	**B**	**B D**	**E**	**C D**	8.
9.	**A B C**	**C**	**C D E**	**A C E**	9.
10.	**E**	**C D E**	**B D**	**B**	10.
11.	**B C D**	**C**	**A B D**	**A B C D E**	11.
12.	**A B D**	**A**	**C**	**A B C D**	12.
13.	**C**	**A B C D**	**B C D E**	**A B**	13.
	198 Punkte	*198 Punkte*	*200 Punkte*	*207 Punkte*	

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB – 17. JANUAR 2023 –

LÖSUNGEN VON AUFGABEN 14

Klasse 3: $2\times3+4=10$; $3\times4+0=12$; $2\times4+5=13$; $6\times7+3=45$; $6\times8+9=57$; $7\times8+9=65$.

Bei der Multiplikation können die Faktoren vertauscht werden; sollten die Schüler diese Möglichkeiten extra notiert haben, so zählt nur eine Variante.

Eine richtige Lösung **2 Punkte**; zwei richtige Lösungen **4 Punkte**; drei richtige Lösungen **7 Punkte**; vier richtige Lösungen **10 Punkte**; fünf richtige Lösungen **13 Punkte**; sechs richtige Lösungen **16 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**.)

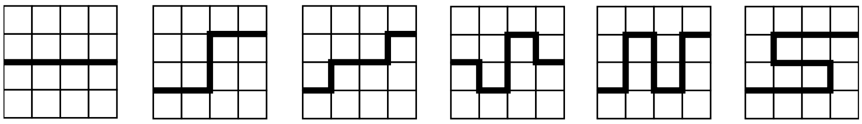
Klasse 4: In der Tafel links steht die mit *a* bezeichnete Zahl, die sowohl 27 als auch 6 teilt. So kann *a* nur 1 oder 3 sein. Wenn $a=1$ ist, dann müsste $b=27$ sein. Das ist nicht möglich, denn 27 ist kein Teiler von 36. So muss $a=3$ gelten und $b=9$. Mit diesem Ansatz können die weiteren Felder ausgefüllt werden.

×		b		7
	24			56
		36	8	
a		27	6	
6	18			42

×	3	9	2	7
8	24	72	16	56
4	12	36	8	28
3	9	27	6	21
6	18	54	12	42

Jede richtige Zahl in den dunklen Quadraten bekommt **2 Punkte**. Die Zahlen, die in die weißen Quadrate geschrieben wurden, bekommen keine Punkte, es sei denn, die Schüler fanden nicht mehr als 2 richtige Zahlen für die dunklen Quadrate. Im letzten Fall wird für jede weiße Zahl **je ein Punkt** vergeben. (**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 5: Es gibt sechs verschiedene Möglichkeiten; siehe die Bilder.

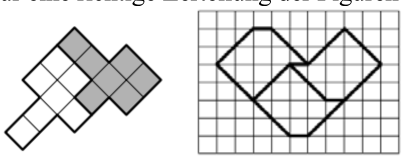


1 richtige Lösung: **2 Punkte**; 2 richtige Lösungen: **4 Punkte**; 3 richtige Lösungen: **7 Punkte**;4 richtige Lösungen: **10 Punkte;** 5 richtige Lösungen: **13 Punkte;** 6 richtige Lösungen: **16 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**.)

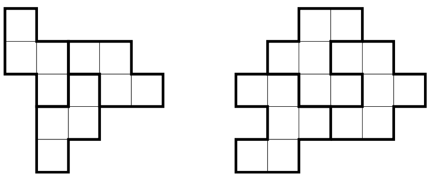
Klasse 6: $2+2+2:2=5+55-55$ $2+2+2-2=5-55:55$ $22:22=55:5-5-5$ $2+2-2:2=5-5:5-5:5$

Für jede Lösung gibt es **je 4 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 7: Die Bilder zeigen die Lösungen. Für eine richtige Zerteilung der Figuren gibt es **je 8 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**.)



Klasse 8: Die Bilder zeigen die Lösungen. Das linke Bild erhält **6 Punkte**, das rechte Bild erhält **10 Punkte.**
(**maximal 16 Punkte**.)



Klasse 9: Die Bilder zeigen 4 mögliche Lösungen. Dass die Dreiecke je Bild kongruent sind, begründen wir so:

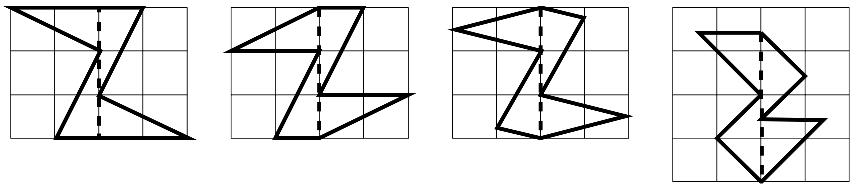
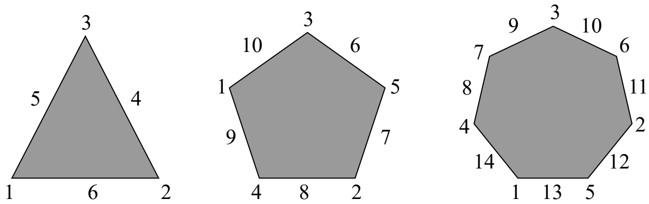


Bild 1: Zwei Seitenlängen sind 1 bzw. 2 Einheiten, die dritte Seite ist die Diagonalen eines 1×2-Rechtecks.
Bild 2: wie Bild 1
Bild 3: Es geht um gleichschenklige Dreiecke, die Grundseite ist 1 Einheit, die Schenkellängen sind 2 Einheiten lang.
Bild 4: Gleichschenklige Dreiecke, die Grundseite 2 Einheiten lang, die Schenkel sind Diagonalen des 1×1 Quadrates.
Für jede richtige Figur je **2 Punkte** und für die richtige Zerlegung jeder Figur weitere **2 Punkte**.
(**maximal 16 Punkte**.)

<u>Klasse 10</u>: Eine mögliche Lösung zeigen die Bilder.



Für richtige Lösungen gibt es beim Dreieck und Fünfeck je **5 Punkte**, beim Siebeneck **6 Punkte**. (**maximal 16 Punkte**.)

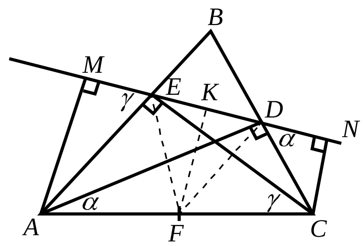
<u>Klasse 11</u>: Ja, wir können x^2 nach folgenden Schritten bekommen:

1; x; **I.** Schritt: $\frac{1}{x}$; **II.** Schritt: $x+1$; **III.** Schritt: $\frac{1}{x+1}$; **IV.** Schritt: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x^2+x}$; **V.** Schritt: x^2+x;

VI. Schritt: $(x^2+x)-x=x^2$.

Punkteverteilung: Für die ersten 4 Schritte je **3 Punkte**, für den fünften und sechsten Schritt je **2 Punkte**. Wenn keine Lösung zustande kommt, es gibt aber 3 unterschiedliche (Kehrwert, Summe, Differenz) Versuche, dann gibt es insgesamt **6 Punkte**. Wenn nur zwei der drei Möglichkeiten ausprobiert werden, dann gibt es **3 Punkte**, andernfalls keine Punkte. (**maximal 16 Punkte**.)

<u>Klasse 12</u>: Bezeichnen wir den Mittelpunkt von $\overline{AC}$ mit *F*. Dann wird sowohl $\overline{DF}$ als auch $\overline{EF}$ eine halbe Diagonale der halben Rechtecke sein, deren andere Diagonale $\overline{AC}$ ist. (Wenn wir *E* an *F* spiegeln, dann erhalten wir das Rechteck *AECE*', dessen Hälfte *AEC* ist. Spiegeln wir *D* an *F*, so entsteht das Rechteck *ADCD'*, dessen Hälfte *ADC* ist. Für beide Rechtecke gilt, dass $\overline{AC}$ eine Diagonale dieser Rechtecke ist.) Da die Diagonalen eines Rechtecks gleich lang sind und einander halbieren, stellen wir fest: $\left|\overline{EF}\right|=\left|\overline{DF}\right|=0,5\cdot\left|\overline{AC}\right|$ (**6 Punkte**) und somit ist das Dreieck *FED* gleichschenklig



(**1 Punkt**). Wenn wir nun in diesem Dreieck die Höhe $\overline{FK}$ einzeichnen, dann gilt: $\left|\overline{KE}\right|=\left|\overline{KD}\right|$ (**1 Punkt**). Darüberhinaus ist $\overline{FK}$ parallel zu den Strecken $\overline{AM}$ und $\overline{CN}$ (**2 Punkte**). Da *F* die Seite $\overline{AC}$ des Trapezes *AMNC* halbiert, ist *FK* eine Mittellinie des Trapezes. (**2 Punkte**), dann folgt aber $\left|\overline{KM}\right|=\left|\overline{KN}\right|$ (**2 Punkte**). Es wurde festgestellt, dass $\left|\overline{KE}\right|=\left|\overline{KD}\right|$ gilt, woraus $\left|\overline{ME}\right|=\left|\overline{DN}\right|$ direkt folgt. (**2 Punkte**) (**maximal 16 Punkte**.)