11. Zwei der drei Seitenlängen eines Dreiecks betragen 25 *cm* sowie 17 *cm*, die zur dritten Seite gehörende Höhe ist 15 *cm* lang. Wie viele *cm* kann der Umfang des Dreiecks betragen?

(A) *48* **(B)** *50* **(C)** *54* **(D)** *62* **(E)** *70*

12. Betty notierte 4 natürliche Zahlen, aus denen sie dann alle möglichen Paare bildete und deren Summe berechnete. Sie erhielt folglich sechs Summen. Wenn vier der sechs Summen 20, 23, 25 und 33 lauten, welche Zahlen können sich dann noch unter den Summen befinden?

(A) *12* **(B)** *15* **(C)** *18* **(D)** *21* **(E)** *35*

13. Wir haben aus einigen Einheitswürfeln einen größeren Würfel gebildet (Vollkörper) und anschließend einige Seitenflächen des großen Würfels bemalt. Danach haben wir den großen Würfel wieder in seine Einzelteile zerlegt und haben festgestellt, dass bei 48 der Einheitswürfel keine einzige Seite angemalt wurde. Wie viele Seitenflächen des großen Würfels könnten wir also bemalt haben?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Einige Jahre nach dem Zerfall des Reiches im Südwesten ist jede der 16 entstandenen Grafschaften mit jeweils 3 von ihnen freundschaftlich verbunden, mit den übrigen Grafschaften sind sie jedoch verfeindet. Die in der Nachbarschaft des einstigen Reiches befindlichen 8 Staaten möchten den durch Turbulenzen zerrütteten Grafschaften unter die Arme greifen, indem jeder Staat 2 untereinander befreundete Grafschaften unterstützt. Lässt sich die Hilfsaktion so organisieren, dass alle Grafschaften davon profitieren? Kann es auch vorkommen, dass nicht alle Grafschaften Hilfe erhalten? Begründet eure Antwort!

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2025

1. RUNDE

KLASSE 12
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 12
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Brigitta Békési, *Mathematiklehrerin*
Ágota Székely, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Bolyai Team® **Klasse 12 / Schulstufe 12** **14. Januar 2025**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wir nennen ein Zahlentripel „Trio”, wenn die drei Zahlen die drei Seitenlängen eines Dreiecks darstellen können. Ich habe vier unterschiedliche einstellige Zahlen aufgeschrieben. Wie viele Trios können sich unter ihnen befinden?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

2. Wir haben ein Quadrat, dessen Seitenlängen in *cm* gemessen ganze Zahlen sind, in 49 nicht zwingend deckungsgleiche kleinere Quadrate geteilt. 48 von ihnen haben eine Fläche von 1 cm^2. Wie viele *cm* kann die Seitenlänge des 49. Quadrates betragen?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *4* **(D)** *11* **(E)** *12*

3. Bilden wir das Produkt der ersten und zweiten Ziffer einer vierstelligen Zahl, so ist dieses Produkt das 9-fache des Produktes aus den Ziffern der dritten und vierten Stelle. Dividieren wir die Summe der ersten beiden Ziffern durch die Summe der letzten beiden Ziffern, erhalten wir dieselbe natürliche Zahl als Lösung, wie wenn wir die Summe der ersten und dritten Ziffer durch die Summe der zweiten und vierten Ziffer dividieren. Wie viel kann die Summe aller vier Ziffern betragen, wenn keine der Ziffern eine Null ist?

(A) *12* **(B)** *16* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *24*

4. Wir wissen, dass die Gleichung $(x^2+ax+8)\cdot(x+3)=(x+b)\cdot(x^2+cx+6)$ für alle reellen *x* gilt, sofern $b\neq 3$ ist. Welche Werte können in diesem Fall die Variablen *a, b, c* jeweils annehmen?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

5. Eine Schmalspurbahn ist lange Zeit mit derselben Geschwindigkeit durch einen Wald gefahren, es gab keine Haltestellen. Marcel fährt mit dieser Bahn und erblickt auf einem neben den Gleisen platzierten Kilometerstein eine zweistellige Zahl. Nach genau einer Stunde entdeckt er wieder einen Kilometerstein, auf dem wieder eine zweistellige Zahl mit denselben Ziffern wie vorher steht, jedoch in vertauschter Reihenfolge. Nach wieder einer Stunde sieht er eine dreistellige Zahl auf dem Kilometerstein. Die zwei äußeren Ziffern sind dieselben wie die Ziffern auf dem ersten Kilometerstein, die mittlere Ziffer ist 0. Wie viele Kilometer legte die Bahn in diesem Fall pro Stunde zurück? (Die Kilometersteine standen in demselben Abstand voneinander entfernt.)

(A) *30* **(B)** *45* **(C)** *60* **(D)** *65* **(E)** *70*

6. Benny hat drei aufeinander folgende positive ganze Zahlen gewählt, die wir in aufsteigender Reihenfolge *a*, *b*, *c* nennen. Er wählte zudem eine weitere, vierte ganze Zahl *x*, welche größer als die vorherigen ist. Aus diesen Zahlen berechnet er in folgender Reihenfolge die Ausdrücke $x\cdot c$, $a\cdot(a+b+x)$ und $b\cdot(a+x)$, die so geschrieben ebenfalls der Größe nach aufsteigend geordnete, aufeinander folgende ganze Zahlen ergeben. Welche Antwortmöglichkeiten könnten eine der von Benny gewählten Zahlen sein?

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

7. Ich habe aus acht Würfeln mit einer Kantenlänge von 1 *cm* auf solche Weise einen Körper gebaut, dass jeder Würfel mit einer kompletten Seitenfläche einen anderen Würfel berührt. Wie viele cm^2 kann die Oberfläche eines solchen Körpers betragen? Wähle aus den untenstehenden Möglichkeiten!

(A) *28* **(B)** *29* **(C)** *30* **(D)** *31* **(E)** *32*

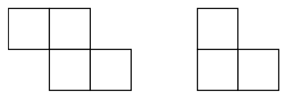
8. In Märchenland leben nur zwei Arten von Personen: Lügner, die immer lügen, und Ehrliche, die immer die Wahrheit sagen. Einige setzen sich an einen runden Tisch. Die erste Person meldet sich zu Wort und sagt: „Mich ausgenommen befinden sich unter den anderen um 1 mehr Lügner als Ehrliche.” Der zweite meint: „Mich ausgenommen befinden sich unter den an-deren um 2 mehr Lügner als Ehrliche.” Dies läuft so weiter, bis sich schließlich die n-te Person zu Wort meldet und sagt: „Mich ausgenommen gibt es unter den anderen um n mehr Lügner als Ehrliche.” Wie viele Personen können insgesamt an diesem Tisch sitzen?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

9. Ich habe die Zahlen 1, 2, 3, …, 29, 30 so auf einige Gruppen verteilt, dass sich in jeder Gruppe gleich viele Zahlen befinden und die Summe der Zahlen in allen Gruppen gleich ist. In wie viele Gruppen konnte ich die Zahlen teilen?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 10

10. Uns stehen zwei Sorten an Dominosteinen in unendlicher Stückzahl zu Verfügung, diese sehen wir in der Grafik. Wir verwenden diese Steine um ein $3\times n$ Rechteck ohne Überlappungen oder Aussparungen abzudecken. (Die Dominosteine und auch das Rechteck bestehen aus denselben Quadraten.) Wie groß kann *n* sein, wenn wir es schaffen, das $3\times n$ Rechteck mit den Dominosteinen wie gewünscht zu bedecken?



(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *9*

Achtung! Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.