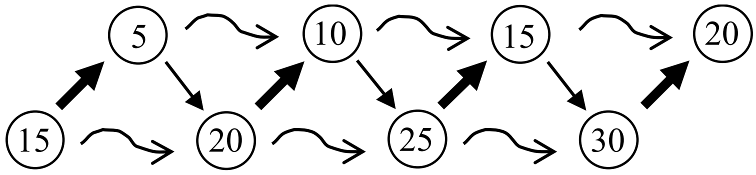
BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB
14. JANUAR 2025
LÖSUNGSSCHLÜSSEL

	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	**D**	**A B C E**	**A C D**	1.	**C**	**A**	**A**	1.
2.	**C**	**D**	**D**	2.	**B D**	**B C**	**A B C D**	2.
3.	**A B C D**	**B C D E**	**D**	3.	**A B C E**	**A C E**	**A B E**	3.
4.	**D**	**B**	**B C D**	4.	**A D**	**A B**	**A B C D E**	4.
5.	**B C**	**C D**	**A B**	5.	**D E**	**A B C E**	**A B C**	5.
6.	**B D**	**D**	**D E**	6.	**A E**	**A B C E**	**A C D**	6.
7.	**D**	**A B C D E**	**A B C D E**	7.	**B D**	**A B**	**B D E**	7.
8.	**E**	**B D**	**A B C**	8.	**A B**	**C E**	**A C E**	8.
9.	**A B C E**	**A B C E**	**A C D E**	9.	**B C**	**B C**	**B E**	9.
10.	**A B C**	**A C E**	**A B C D**	10.	**C**	**B D**	**C D E**	10.
11.	**C D**	**D**	**A B C D E**	11.	**B C**	**C D**	**A E**	11.
12.	**D**	**A B C E**	**B C D E**	12.	**B E**	**E**	**A C E**	12.
13.	**A B C D E**	**A B C**	**A B C D E**	13.	**B C**	**C D E**	**A C E**	13.
	200 Punkte	*207 Punkte*	*214 Punkte*		*198 Punkte*	*202 Punkte*	*210 Punkte*	

	Klasse 9	Klasse 10	Klasse 11	Klasse 12	
1.	**A C D E**	**A B C D E**	**A C D E**	**A B C D E**	1.
2.	**B C D**	**A D E**	**C D**	**A C D**	2.
3.	**A B C D E**	**B C D E**	**B D**	**A B E**	3.
4.	**B C E**	**B D**	**A E**	**C D E**	4.
5.	**A B C D**	**A B D E**	**A B C**	**B**	5.
6.	**A C D**	**D**	**B D E**	**A D**	6.
7.	**A B C D E**	**B C D**	**A C E**	**A C E**	7.
8.	**D**	**C D E**	**A D**	**A B C**	8.
9.	**A B C D**	**A C E**	**A C D E**	**A C**	9.
10.	**E**	**A B C**	**B D**	**A C**	10.
11.	**A B C**	**B E**	**B C D**	**C E**	11.
12.	**C E**	**B C D E**	**A B C D**	**A B C E**	12.
13.	**B C**	**A C E**	**C E**	**A D**	13.
	212 Punkte	*212 Punkte*	*208 Punkte*	*207 Punkte*	

LÖSUNGEN VON AUFGABEN 14

Klasse 3: **–10 (2 Punkte)** **+15 (2 Punkte)** **+5 (2 Punkte)**



Für die fünf korrekt eingetragenen Zahlen sind jeweils **2 Punkte** zu vergeben.
Falls die Bedeutungen der Pfeile anders, nichtsdestotrotz korrekt interpretiert werden, sind die Punkte auf ähnliche Art und Weise zu vergeben. (**maximal 16 Punkte**.)

Klasse 4: Wir haben pro Zahl eine richtige Antwortmöglichkeit aufgeschrieben:

$0=(5-5)\cdot(5+5+5)$ $1=5:5+(5-5)\cdot 5$ $2=(5+5):5+5-5$ $3=(5\cdot 5-5-5):5$

$4=5-5:5+5-5$ $5=5+(5-5)\cdot(5+5)$ $6=5+5:5+5-5$ $7=5+5:5+5:5$

Für jede richtig aufgeschriebene Zahl sind **2 Punkte** zu vergeben. (**maximal 16 Punkte**.)

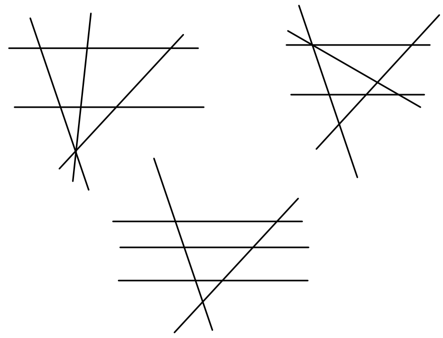
Klasse 5: Hier ist je ein Beispiel für die korrekte Darstellung jeder Zahl gegeben:

$3=(5\cdot 5-5-5):5$ $4=5-5:5+5-5$ $5=5+(5-5)(5+5)$ $6=5+5:5+5-5$

$7=5+5:5+5:5$ $8=5+(5+5+5):5$ $9=(5\cdot 5-5):5+5$ $10=5+5+(5-5)\cdot 5$

Für jede richtig dargestellte Zahl werden jeweils **2 Punkte** vergeben. (**maximal 16 Punkte**.)

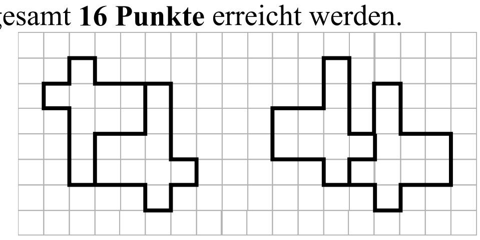
Klasse 6: Es gibt folgende 3 unterschiedliche Lösungen:
1 richtige Zeichnung: **5 Punkte**.
2 richtige Zeichnungen: **10 Punkte**.
3 richtige Zeichnungen: **16 Punkte**.
(**maximal 16 Punkte**.)



Klasse 7: (**maximal 16 Punkte**.)

4 Punkte **4 Punkte** **4 Punkte** **4 Punkte**

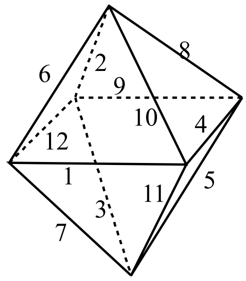
Klasse 8: Jede Form wird separat bewertet. Eine abweichende Aufteilung von der vorgegebenen bringt **4 Punkte** (nur dann, wenn die Form in zwei gleiche Teile geteilt wurde). Nur die korrekte Aufteilung gemäß des Bildes erhält **8 Punkte**. Somit können insgesamt **16 Punkte** erreicht werden.



(**maximal 16 Punkte**.)

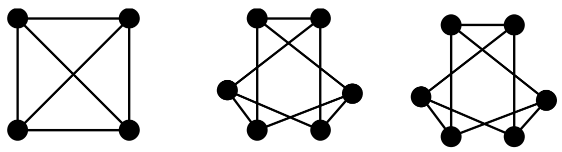
Klasse 9: Die Seitenlänge von *A* erhalten wir, wenn wir die Seitenlänge von *D* von der Seitenlänge von *E* abziehen, also 18 – 3 = 15 *cm* (**4 Punkte**). *B* erhalten wir aus der Differenz der Seitenlängen von *A* und *D*, also 15 – 3 = 12 *cm* (**4 Punkte**). Dem entspricht auch die Seitenlänge von *C* (**4 Punkte**). Die Seitenlänge von *F* erhalten wir, indem wir von der Summe der Seitenlängen von *B* und *C* die Seitenlänge von *D* subtrahieren, also 12 + 12 – 3 = 21 *cm*. (**4 Punkte**). (**maximal 16 Punkte**.)

<u>Klasse 10</u>: Ja, es ist möglich (**2 Punkte**), die Summe in den Ecken muss 26 betragen (**4 Punkte**) und wir verdeutlichen dies in einem untenstehenden Beispiel (**10 Punkte**). (**maximal 16 Punkte**.)

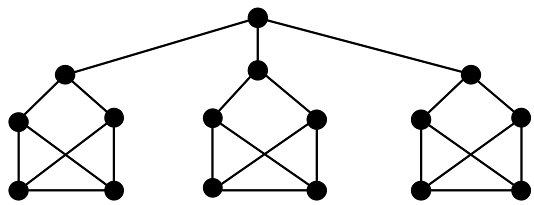


<u>Klasse 11</u>: Es können alle fünf gleich sein: $(a;\ a;\ a;\ a;\ a)$ (**1 Punkt**), oder vier: $(a;\ a;\ a;\ a;\ 3a)$ (**3 Punkte**). Wir bezeichnen die fünf Zahlen mit $a \le b \le c \le d \le e$. Dann ist *e* Teiler von $a+b+c$ und $b+c+d$ (**2 Punkte**), also ist *e* ebenfalls Teiler von deren Differenz $(b+c+d)-(a+b+c)=d-a$ (**2 Punkte**). Aber $0 \le d-a < d \le e$ (**2 Punkte**), folglich ist *e* ein Teiler einer kleineren Zahl $d-a$ (**1 Punkt**). Das ist nur möglich, falls $d-a=0$ (**2 Punkte**), also $d=a$. Da $a \le b \le c \le d$, folgt $a=b=c=d$ (**2 Punkte**). Also müssen aufgrund der Aufgabenstellung zumindest vier der fünf Zahlen dieselben Zahlen sein (**1 Punkte**). (**maximal 16 Punkte**.)

<u>Klasse 12</u>: Es gibt Lösungen bei denen alle Grafschaften profitieren (**1 Punkte**) und es gibt Fälle, in denen das nicht möglich ist (**1 Punkte**). Unterhalb sehen wir links einen Fall, in dem die Hilfsaktion erfolgreich organisiert wurde und allen geholfen wird (**7 Punkte**), unten sehen wir einen Fall, wo dies nicht möglich ist (**7 Punkte**). In diesen Grafiken stellen die Punkte jeweils die Grafschaften dar, die Verbindungslinien die Freundschaf zwischen ihnen. (**maximal 16 Punkte**.)



realisierbar



nicht realisierbar

Wenn auf andere Art folgerichtig bewiesen wird, dass es sowohl Fälle gibt, in denen alle Grafschaften profitieren, als auch welche, in denen das nicht möglich ist, können ebenfalls je 7 Punkte für beide Fälle vergeben werden. Nur für die richtige Antwort ohne Beweis kann jedoch pro Fall nur jeweils 1 Punkt vergeben werden.